



**UNIVERSIDAD
SAN SEBASTIAN**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN
PROGRAMA FORMACIÓN PEDAGÓGICA
SEDE TRES PASCUALAS – CONCEPCIÓN**

**ANÁLISIS DEL TRÁNSITO EN LAS ETAPAS DEL CICLO DE MODELACIÓN
MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE MECÁNICA INDUSTRIAL EN LA
ASIGNATURA MÁQUINAS TÉRMICAS DEL CENTRO DE FORMACIÓN
TÉCNICA PROFESIONAL DE LOTA**

Tesina para optar al Grado de Licenciado en Educación

**Profesor guía:
Dr. Erich Leighton Vallejos**

**Estudiantes:
Karol Campos Soto
Matías Contreras Rivera**

Concepción, mayo de 2025

© Karol Stefani Campos Soto y Matías Felipe Contreras Rivera. Se autoriza la reproducción total de esta obra con fines académicos, por cualquier forma, medio o procedimiento, siempre y cuando se incluya la cita bibliográfica del documento.

**FACULTAD DE EDUCACIÓN
PROGRAMA FORMACIÓN PEDAGÓGICA
SEDE TRES PASCUALAS – CONCEPCIÓN**

CALIFICACIÓN DEL PROYECTO DE GRADO

En _____, el ____ de _____ de _____ los abajo firmantes dejan constancia de que los estudiantes: Karol Estefani Campos Soto y Matías Felipe Contreras Rivera del Programa Formación Pedagógica para Licenciados y/o Profesionales, en el área de Matemática, han aprobado la asignatura de Seminario de Investigación en Educación Matemática para optar al grado de Licenciado en Educación con una nota de _____.

Firma Profesor evaluador

Firma Profesor evaluador

AGRADECIMIENTOS

Estas palabras van dedicadas con sincero afecto y profundo agradecimiento a todas aquellas personas que, de una u otra forma, han estado presentes a lo largo del exigente, desafiante y enriquecedor proceso que ha significado la elaboración de esta tesina.

A nuestros docentes, quienes nos han transmitido conocimientos, también han sido guías, referentes y fuentes de inspiración. Gracias por su compromiso, paciencia y vocación, por enseñarnos con el ejemplo y por motivarnos a seguir adelante incluso en los momentos de mayor dificultad.

A nuestras compañeras y compañeros, por haber compartido este camino académico, por el apoyo mutuo, las largas jornadas de estudio, las dudas resueltas en conjunto y los pequeños logros celebrados con entusiasmo. Su compañía ha hecho que este recorrido sea más llevadero y significativo.

A nuestras familias, por su amor incondicional, por creer en nosotros incluso cuando nos costaba creer en nosotros mismos, por entender nuestras ausencias, nuestras preocupaciones y nuestros desvelos. Su respaldo emocional ha sido una fuente constante de fortaleza.

Y a nuestras amistades, por estar siempre presentes con una palabra de aliento, con una sonrisa oportuna o con un gesto de cariño en los momentos necesarios. Por comprender nuestras prioridades y acompañarnos, a su modo, durante este proceso.

ÍNDICE

RESUMEN	1
ABSTRACT.....	2
INTRODUCCIÓN GENERAL.....	3
CAPÍTULO 1: ANTECEDENTES.....	5
1.1 Introducción del capítulo	5
1.2 Antecedentes teóricos	5
1.3 Antecedentes contextuales.....	9
1.3.1 Evaluación diagnóstica	12
1.3.2 Trayectoria académica.....	13
1.4 Problema de investigación	17
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO	20
2.1 Introducción del capítulo	20
2.2 Modelación matemática	20
2.3 El ciclo de modelación en física.....	27
2.4 Modelación matemática en el contexto de formación de ingenieros.....	33
CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA.....	42
3.1 Introducción del capítulo	42
3.2 Planteamiento del Problema	42
3.3 Metodología	42
3.3.1 Unidad de análisis.....	44
3.3.2 Población	45
3.3.3 Muestra.....	45
3.3.4 Técnica e instrumentos de recolección de datos	45

3.4	Pregunta de Investigación	48
3.5	Objetivos de Investigación	48
3.6	Fases de investigación	49
3.7	Cuidados éticos	51
CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y/O RESULTADOS		53
4.1	Introducción del capítulo	53
4.2	Eficacia y pertinencia de la metodología empleada	53
4.3	Resultados generales por etapa del ciclo de modelación	54
4.4	Análisis e interpretación por etapas	55
4.4.1	Comprensión del problema	55
4.4.2	Estructuración y simplificación del problema	57
4.4.3	Matematización	60
4.4.5	Interpretación contextual	65
4.3.6	Validación del modelo	67
4.5	Comparación de desempeños entre los distintos problemas...	72
4.6	Estudio de casos individuales	73
4.7	Análisis transversal: fortalezas y debilidades del grupo	79
4.8	Discusión e implicancias pedagógicas.....	82
5. CONCLUSIONES		88
5.1	Reflexiones finales	88
5.2	Limitaciones del estudio	90
5.3	Proyecciones del estudio.....	91
REFERENCIAS.....		93
ANEXOS		96
ANEXO 1: Evaluación Diagnóstica.....		96

ANEXO 2: Instrumento de evaluación	99
ANEXO 3: Rúbrica de evaluación de producciones de los estudiantes	105
ANEXO 4: Validación de instrumento de evaluación - Experto 1	109
ANEXO 5: Validación de instrumento de evaluación - Experto 2	110
ANEXO 6: Validación de instrumento de evaluación - Experto 3	111
ANEXO 7: Consentimiento informado para estudiantes.....	112

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resultado de la evaluación diagnóstica.....	13
Tabla 2. Estadística descriptiva en las calificaciones de los estudiantes	14
Tabla 3. Rúbrica de revisión de producciones de los estudiantes	47
Tabla 4. Distribución porcentual de los niveles de logro por etapa del ciclo de modelación.....	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Distribución de sexo.....	9
Figura 2. Distribución de edad y sexo	10
Figura 3. Tiempo entre egreso cuarto medio e ingreso al CFTLA.....	10
Figura 4. Rango de notas de enseñanza media.....	11
Figura 5. Distribución por comuna de residencia	12
Figura 6. Distribución de promedios en Matemática	15
Figura 7. Distribución de promedios en Física	15
Figura 8. Relación entre las calificaciones de Matemática y Física	16
Figura 9. Modelación del ciclo desde una perspectiva cognitiva de Borromeo	24
Figura 10. Ciclo de modelación en Física	28
Figura 11. Modelo planteado entre unido matemático y físico	28
Figura 12. Nuevo ciclo de modelación propuesto	30
Figura 13. Ciclo de modelación Físico-Matemático.....	32
Figura 14. Resumen Fases de la Investigación	51
Figura 15. Distribución porcentual de niveles de logro por etapa del ciclo de modelación.....	55
Figura 16. Producción estudiante A en Problema 1	56
Figura 17. Producción estudiante D en Problema 3.....	57
Figura 18. Producción estudiante F en Problema 1	58
Figura 19. Producción estudiante C en Problema 2.....	59
Figura 20. Producción estudiante B en Problema 1	61
Figura 21. Producción estudiante E en Problema 3	63
Figura 22. Producción estudiante A en Problema 2.....	64
Figura 23. Producción estudiante C en Problema 2.....	64
Figura 24. Producción estudiante B en Problema 3.....	66
Figura 25. Producción estudiante F en Problema 2	66
Figura 26. Producción estudiante A en Problema 2.....	68
Figura 27. Producción estudiante B en Problema 4.....	69
Figura 28. Tránsito del estudiante E en el ciclo de modelación	74
Figura 29. Tránsito del estudiante A en el ciclo de modelación	75

RESUMEN

Esta investigación analiza el tránsito de estudiantes de Mecánica Industrial por las distintas etapas del ciclo de modelación matemática, en el contexto del módulo de Máquinas Térmicas del Centro de Formación Técnica de Lota. El estudio se fundamenta en el marco teórico propuesto por Borromeo-Ferri (2006), que considera la modelación como un proceso dinámico, cognitivo y no lineal. Se diseñaron tareas contextualizadas en situaciones reales del ámbito técnico. A partir de un enfoque cualitativo e interpretativo, se examinan las producciones escritas de seis estudiantes seleccionados, con el objetivo de identificar patrones, fortalezas y dificultades en su proceso de resolución de problemas físico-matemáticos. Entre las principales conclusiones, se identifica una alta dependencia de procedimientos algorítmicos en la comprensión profunda del problema y la validación crítica del modelo. La fase con mayor logro fue la resolución matemática, mientras que las etapas de interpretación y validación presentaron mayores dificultades. Se destaca la necesidad de una enseñanza que visibilice todas las fases del ciclo de modelación matemática, incorporando estrategias didácticas abiertas, tareas contextualizadas y el uso de tecnologías para fortalecer tanto la reflexión como el pensamiento crítico. El estudio aporta evidencia relevante para el diseño de propuestas pedagógicas situadas que mejoren la enseñanza de las matemáticas en contextos técnico-profesionales.

Palabras clave: modelación matemática, formación técnica, ciclo de Borromeo-Ferri, enseñanza de la física.

ABSTRACT

This research analyzes the progression of Mechanical Engineering students through the various stages of the mathematical modeling cycle, within the context of the Thermal Machines module at the Technical Training Center of Lota. The study is based on the theoretical framework proposed by Borromeo-Ferri (2006), which conceptualizes modeling as a dynamic, cognitive, and non-linear process. Contextualized tasks were designed based on real-life technical situations. Using a qualitative and interpretive approach, the written productions of six selected students are examined to identify patterns, strengths, and difficulties in their process of solving physical-mathematical problems. Among the main conclusions, a strong dependence on algorithmic procedures was identified, to the detriment of deep problem comprehension and critical model validation. The stage with the highest level of achievement was mathematical resolution, while the interpretation and validation phases presented the greatest difficulties. The study highlights the need for teaching approaches that make all phases of the modeling cycle visible, incorporating open-ended strategies, contextualized tasks, and the use of technology to strengthen both reflection and critical thinking. The study provides relevant evidence for designing situated pedagogical proposals aimed at improving mathematics education in technical-professional contexts.

Keywords: mathematical modeling, technical education, Borromeo-Ferri cycle, problem solving, physics education.

INTRODUCCIÓN GENERAL

La matemática ha sido históricamente una disciplina fundamental en la educación, por su valor científico y lógico, así como por su capacidad para desarrollar habilidades cognitivas esenciales para la vida personal, profesional y ciudadana. En el contexto de la formación técnica, esta área del conocimiento adquiere una importancia aún mayor, ya que permite a los futuros profesionales comprender, analizar y resolver problemas propios de su especialidad. No obstante, persisten dificultades significativas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, particularmente en su aplicación a situaciones reales, lo que ha motivado la búsqueda de enfoques pedagógicos más significativos y contextualizados.

Uno de los enfoques que ha cobrado fuerza en la didáctica de la matemática es la modelación matemática, entendida como un proceso que permite a los estudiantes interpretar fenómenos del mundo real, traducirlos a lenguaje matemático, resolverlos y reflexionar sobre los resultados obtenidos. Esta habilidad favorece una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, promueve la conexión entre teoría y práctica, la toma de decisiones informadas y el pensamiento crítico. En este sentido, el modelamiento se alinea con las demandas de una educación más activa, reflexiva y orientada al desarrollo de competencias para el siglo XXI.

En el contexto chileno, las Bases Curriculares del Ministerio de Educación (MINEDUC, 2016) han incorporado el modelamiento como una habilidad prioritaria en la formación matemática, proponiendo su integración desde niveles escolares hasta la educación superior. Sin embargo, su implementación en el ámbito técnico-profesional sigue siendo incipiente y poco sistematizada. En carreras como Mecánica Industrial, donde la resolución de problemas físico-matemáticos es parte esencial de la práctica profesional, se requiere avanzar hacia propuestas pedagógicas que fortalezcan esta competencia de manera situada y significativa.

En esta línea, el presente trabajo tiene como propósito analizar cómo los estudiantes de la asignatura Máquinas Térmicas del Centro de Formación Técnica de Lota transitan por las distintas etapas del ciclo de modelación matemática propuesto por Borromeo-Ferri (2006). A través de un enfoque cualitativo e interpretativo, se busca observar en profundidad las estrategias, dificultades y formas de representación que emergen cuando los estudiantes enfrentan problemas contextualizados del área termodinámica. La atención no está puesta en el resultado correcto, sino en el proceso cognitivo que desarrollan los estudiantes al intentar construir un modelo matemático que explique una situación real.

El trabajo se estructura en cinco capítulos principales. En el Capítulo 1, se presentan los antecedentes teóricos y empíricos que fundamentan la investigación, así como la formulación del problema de estudio. En el Capítulo 2, se desarrolla el marco teórico, abordando las distintas perspectivas sobre la modelación matemática, su integración en contextos de enseñanza de la física y su importancia en la formación de ingenieros y técnicos. El Capítulo 3 está dedicado a la metodología, describiendo el enfoque cualitativo adoptado, la muestra seleccionada, los instrumentos de recolección de datos y el diseño de las tareas de modelación utilizadas. En el Capítulo 4, se analizan e interpretan los resultados obtenidos a partir de las producciones de los estudiantes, identificando patrones de tránsito por las fases del ciclo de modelación. Finalmente, el Capítulo 5 presenta las conclusiones del estudio, las limitaciones encontradas y las proyecciones que se abren para futuras investigaciones en el ámbito de la didáctica de la matemática en contextos técnico-profesionales.

Esta tesina busca aportar evidencia empírica y reflexiva sobre el potencial del modelamiento matemático como herramienta didáctica para la mejora del aprendizaje en contextos técnicos, así como contribuir a la formación de docentes y profesionales con una mirada más integrada, crítica y situada sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la formación profesional.

CAPÍTULO 1: ANTECEDENTES

1.1 Introducción del capítulo

La modelación matemática ha adquirido una mayor importancia en los últimos años como estrategia didáctica, la cual vincula el conocimiento matemático con contextos reales, favoreciendo un aprendizaje significativo en los estudiantes (Barón, 2020). Diversos estudios como Huincahue (2015) han abordado su implementación en diferentes niveles educativos, desde educación básica hasta la universitaria, destacando su potencial para desarrollar habilidades del pensamiento crítico, resolución de problemas y alfabetización matemática. A continuación, se presenta antecedentes que sustentan el enfoque de la presente investigación.

1.2 Antecedentes teóricos

Según Coa y Obregón (2023) manifiestan que la modelación matemática, entendida como una estrategia didáctica, permite a los estudiantes universitarios vincular conceptos abstractos con situaciones reales, fortaleciendo así su formación académica y científica. Los autores señalan que, en América Latina, esta estrategia ha cobrado relevancia por su potencial transformador en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El estudio concluye que la modelación matemática impulsa el pensamiento crítico, el interés por las ciencias y una educación más activa y significativa.

En una línea similar, Berrio et al. (2019) analizan el papel de la modelación matemática en la formación de licenciados en educación, destacando su potencial para articular el pensamiento matemático con fenómenos reales y otras disciplinas. El estudio resalta un ciclo estructurado de modelación que incluye la formulación del modelo, su validación y la interpretación de resultados dentro del contexto del problema. Estos autores concluyen que las actividades experimentales en el aula son clave para fortalecer el sentido de realidad en los estudiantes y favorecer una visión crítica sobre la aplicabilidad y limitaciones de los modelos matemáticos. Además, la modelación no debe entenderse como un proceso lineal ni puramente técnico, en consecuencia, es una herramienta

flexible que fomenta el pensamiento crítico, la contextualización y la reflexión pedagógica en la formación docente.

De forma complementaria, Plaza (2017) destaca que la aplicación de la modelación matemática en cursos como Ecuaciones Diferenciales permite desarrollar competencias analíticas, pensamiento crítico y autonomía en los estudiantes. El artículo resalta que la modelación matemática mejora la comprensión de conceptos matemáticos y facilita su aplicación práctica en contextos profesionales. Además, propone su integración curricular como estrategia didáctica que transforma al estudiante en protagonista de su aprendizaje. En síntesis, la modelación matemática es esencial para una enseñanza de la ingeniería más contextualizada, reflexiva y efectiva, debido a que, es una herramienta clave para vincular las matemáticas con problemas reales en la formación de ingenieros.

Por otro lado, Huincahue (2015), explora cómo los estudiantes expresan su pensamiento al resolver tareas de modelación matemática, destaca la importancia de las representaciones externalizadas en el ciclo de Blum-Borromeo. Se identifican tres estilos de pensamiento matemático: visual, analítico e integrado, que influyen en cómo abordan y validan los problemas. El autor concluye que, aunque gran parte del proceso queda registrado en papel, la fase del “modelo real” suele mantenerse invisible para el docente, lo que plantea desafíos para su evaluación. Por ello, se propone diseñar tareas que revelen mejor las estrategias cognitivas de los estudiantes y sus formas de construir sentido matemático.

En relación con los recursos tecnológicos aplicados a la enseñanza, Barón (2020) declara un proceso de enseñanza-aprendizaje basado en la modelación matemática mediante el uso del software GeoGebra y un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), como recursos tecnológicos orientados a fortalecer competencias matemáticas en estudiantes de noveno grado. La propuesta surge ante la escasa implementación de la modelación en el aula y busca ofrecer una alternativa metodológica alineada con las exigencias actuales de la educación. El autor concluye que, aunque el proceso de modelación matemática implica

habilidades cognitivas y analíticas que no se desarrollan plenamente en la enseñanza tradicional, la incorporación de herramientas tecnológicas como GeoGebra y OVA permite generar ambientes de aprendizaje más interactivos y significativos. Finalmente, recomienda introducir la modelación matemática desde los grados iniciales, simplificar el lenguaje técnico en las actividades y fortalecer el trabajo autónomo de los estudiantes para lograr una implementación efectiva en el aula.

En este mismo marco, la formación en Educación STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemática) se ha consolidado en la última década como una estrategia clave para responder a los retos del desarrollo e innovación en diversos países. Aravena et al. (2021) propusieron caracterizar las habilidades STEM en estudiantes de primer año de ingeniería, mediante la integración de conocimientos en la resolución de casos reales, utilizando el modelado matemático como base del proceso de aprendizaje en entornos colaborativos. Los autores declaran que persisten dificultades significativas en la interpretación de soluciones y en la proyección de modelos, especialmente en lo relativo al uso y comprensión de funciones. Concluye que, para una verdadera integración de la educación STEM, es necesario fortalecer las habilidades de modelación desde etapas tempranas de la formación en ingeniería, promover la conexión entre el conocimiento matemático y su aplicación contextual, regular de manera más efectiva los procesos de análisis y proyección en el ciclo de modelado.

En cuanto a la evaluación de la modelación matemática Acebo y Rodríguez (2020) proponen una rúbrica para evaluar este proceso en estudiantes de secundaria, enfocándose en cuatro fases clave: formulación, resolución, interpretación y validación. Esta herramienta ofrece a los docentes una forma estructurada de evaluar competencias en modelación y mejorar la enseñanza de las matemáticas con un enfoque más práctico y contextualizado.

En relación con las dificultades que enfrentan los estudiantes, Soto y Yogui (2020) identifican tres aspectos en que presentan los estudiantes universitarios en matemática básica: la comprensión lectora de problemas matemáticos, el dominio insuficiente de contenidos fundamentales (como porcentajes,

ecuaciones y operaciones con números reales) y la falta de hábitos de estudio. Además, se observa que la actitud negativa hacia la asignatura —marcada por desinterés, miedo o baja autoestima— afecta su rendimiento. La falta de repaso y técnicas de estudio agrava aún más estas debilidades. No obstante, algunos estudiantes muestran intención de cambio, reconociendo sus errores y buscando mejorar. En conclusión, superar estas dificultades requiere mejorar la comprensión, reforzar contenidos básicos y fomentar actitudes positivas hacia el aprendizaje de la matemática.

Rodríguez y Quiroz (2016) destacan el impacto positivo de la experimentación en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales mediante modelación matemática. A través del estudio de circuitos eléctricos, los estudiantes construyen modelos matemáticos, ya que validan con datos reales obtenidos en clase, lo que fortalece su comprensión conceptual. La investigación muestra que la experimentación motiva a los alumnos, facilita el aprendizaje significativo y desarrolla competencias como el pensamiento crítico y el trabajo colaborativo. En lugar de limitarse a resolver ecuaciones de forma abstracta, los estudiantes logran vincular la teoría con fenómenos reales, dándole sentido a las matemáticas en su formación profesional.

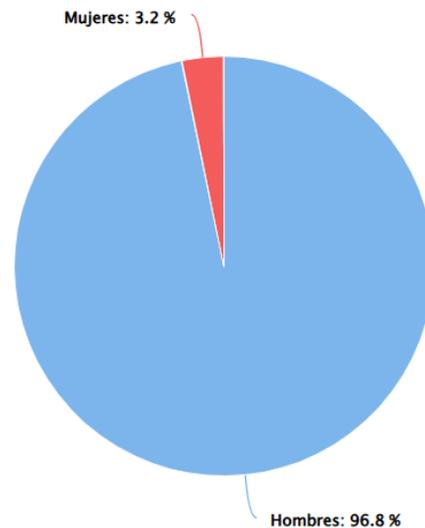
Desde otra perspectiva evaluativa, Werle y Granado (2022) proponen una herramienta innovadora que se adapta a los distintos propósitos del docente, permitiendo evaluar los contenidos matemáticos y la comprensión de situaciones reales por parte del estudiante. Los autores declaran que, a diferencia de enfoques tradicionales centrados en fases rígidas del ciclo de modelado, se puede ofrecer una mirada holística, basada en acciones relevantes a lo largo del proceso. Además, incorpora una escala de valores que permite asignar una calificación ajustada a los objetivos educativos específicos, en efecto, potencia el interés y la comprensión de los estudiantes, al vincular las matemáticas con contextos significativos. Así, la herramienta contribuye a una enseñanza más contextualizada, flexible y motivadora. En síntesis, la modelación matemática en el aula requiere herramientas de evaluación que reconozcan su complejidad y valor formativo.

1.3 Antecedentes contextuales

A lo largo de sus más de dos décadas de existencia, el Centro de Formación Técnica Lota Arauco (CFTLA) de la Universidad de Concepción ha formado a más de 6.300 personas, quienes han desempeñado un papel clave en el desarrollo tanto regional como nacional. Sus egresados se distinguen por su sólida preparación técnica, su capacidad emprendedora y su compromiso social, siendo agentes activos en la resolución de problemáticas del entorno.

La carrera de Mecánica Industrial de la cohorte año 2023 tiene 93 estudiantes, el 90 de ellos es de sexo masculino y 3 son de sexo femenino. La Figura 1 muestra la distribución de sexo de los estudiantes.

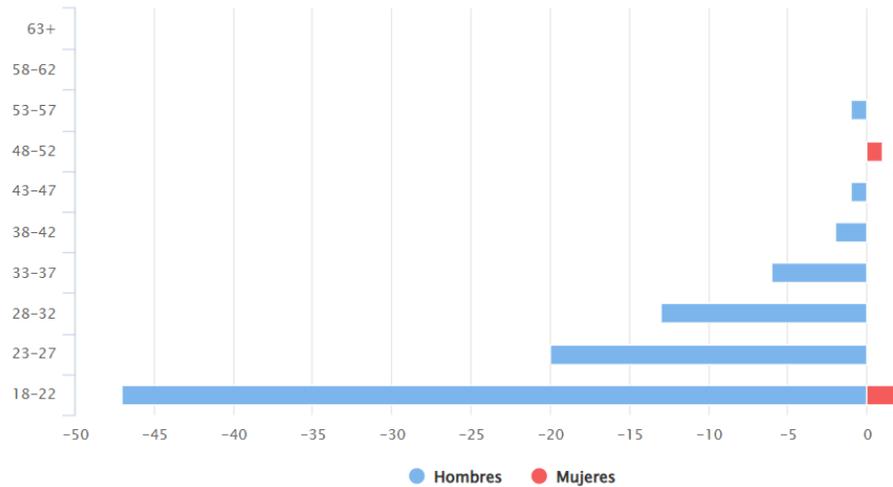
Figura 1.
Distribución de sexo.



Nota: Extraído del portal docente CFTLA bajo autorización para esta investigación.

En la Figura 2 se visualiza la distribución de los estudiantes según edad y sexo, donde aparece una pirámide poblacional marcada en los primeros quinquenios de edad poblacional, con una leve diferencia positiva hacia los hombres en los quinquenios.

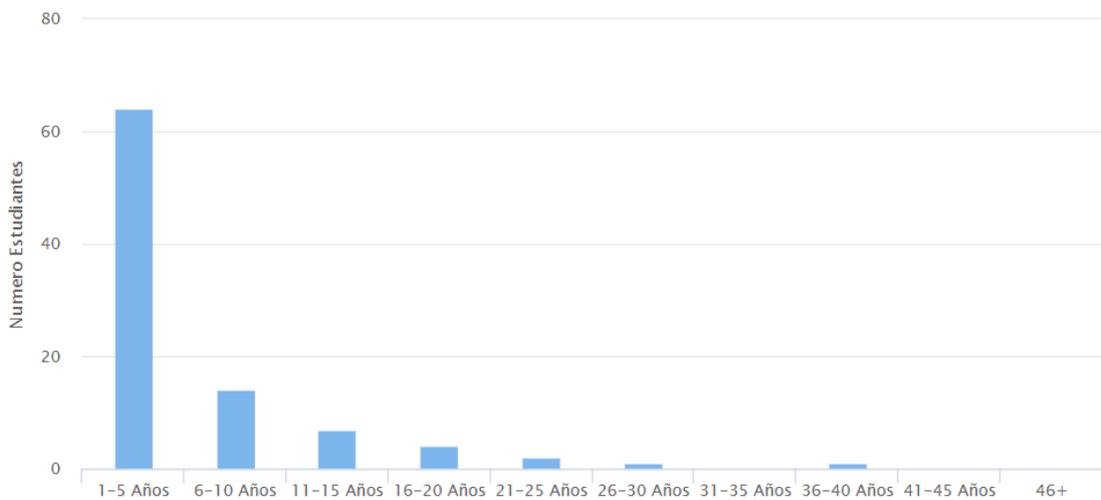
Figura 2.
Distribución de edad y sexo.



Nota: Extraído del portal docente CFTLA bajo autorización para esta investigación.

El tiempo promedio en ingresar al Centro de Formación Técnica Lota Arauco (CFTLA) desde el momento que egresaron de cuarto medio es de 5.7 años, y la distribución de los estudiantes según el tiempo de ingreso al CFTLA después de egresar de cuarto medio presenta el rango con mayor cantidad de estudiantes es de 1 a 5 años con 69%, como se muestra en la Figura 3. En particular, los estudiantes recién egresados de cuarto medio son 21 correspondientes al 23% del total.

Figura 3.
Tiempo entre egreso cuarto medio e ingreso al CFTLA.

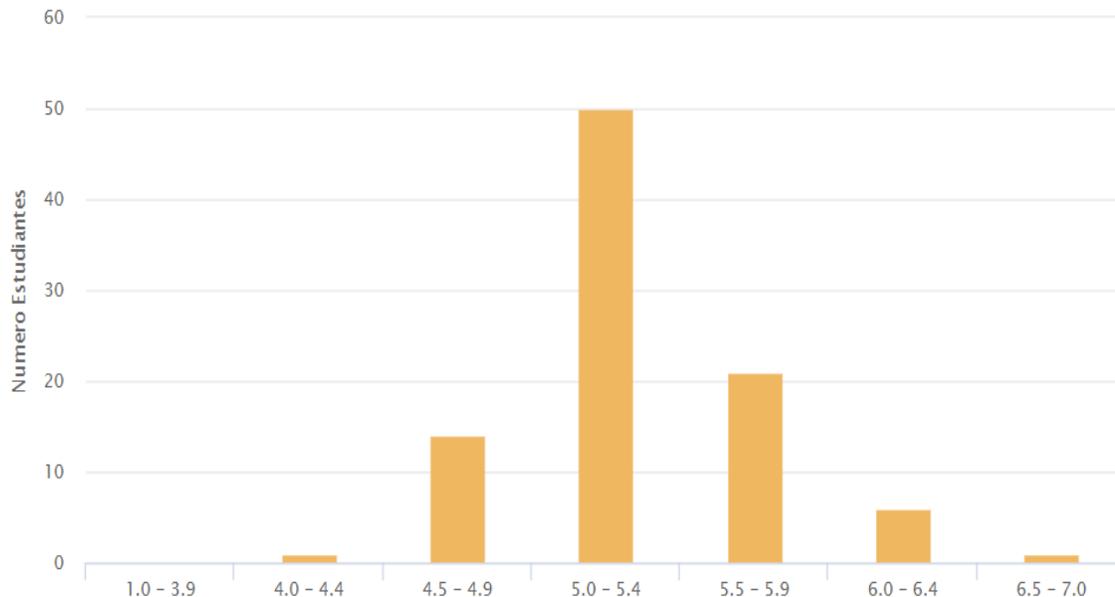


Nota: Extraído del portal docente CFTLA bajo autorización para esta investigación.

La Figura 4 muestra el promedio de nota de egreso de cuarto medio de la cohorte es de 5.3 y la distribución de las notas de egreso de cuarto medio, presenta que el rango con mayor cantidad de estudiantes es de 5.0 a 5.4, mientras que el 84% de los estudiantes tiene nota superior a 5.0.

Figura 4.

Rango de notas de enseñanza media.

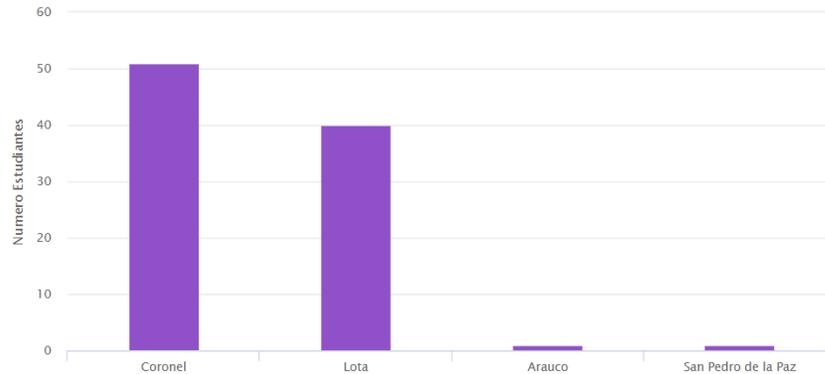


Nota: Extraído del portal docente CFTLA bajo autorización para esta investigación.

La distribución de los estudiantes según el establecimiento de enseñanza media de procedencia, marca que la cohorte año 2023 principalmente es de: Corporación Municipal con un 3%, Municipal DAEM con un 72%, Particular Subvencionado con un 24% y de Corporación de Administración Delegada con un 1%.

La distribución de los estudiantes según la comuna de procedencia se visualiza en la Figura 5, donde se presenta que el 55% de los estudiantes son de la comuna de Coronel mientras que el 43% es de la comuna de Lota, los restantes son de San Pedro de la Paz y Arauco.

Figura 5.
Distribución por comuna de residencia.



Nota: Extraído del portal docente CFTLA bajo autorización para esta investigación.

1.3.1 Evaluación diagnóstica

En el contexto de la asignatura Máquinas Térmicas impartida en jornada vespertina, se desarrollará el presente estudio con un grupo compuesto por 23 estudiantes matriculados. Como parte del diseño metodológico, se aplicó una evaluación diagnóstica con el propósito de identificar el nivel de conocimientos previos en el área de física adquiridos durante la enseñanza media. Esta instancia diagnóstica permitió establecer una línea base del dominio conceptual de los estudiantes, dado que también detecta posibles brechas o dificultades que puedan influir en el desarrollo del módulo y en la implementación de las actividades de modelación propuestas.

Los resultados obtenidos a partir de la evaluación diagnóstica se detallan en la Tabla 1, la cual resume el desempeño general de los estudiantes en los distintos ítems evaluados. Estos resultados permiten identificar tendencias generales en el dominio de conceptos fundamentales de física, así como áreas que requieren reforzamiento para una adecuada comprensión de los contenidos que serán abordados en el módulo de Máquinas Térmicas.

Tabla 1.
Resultado de la evaluación diagnóstica.

Contenido	N° Ítems	% Respuestas correctas	% Respuestas incorrectas
Combustión	6	34	66
Leyes de la Termodinámica	3	31	69
Propiedades Termodinámicas	13	24	76
Gases Ideales	2	22	78
Calor	3	42	58

Nota: Elaboración propia.

Los resultados de la evaluación diagnóstica aplicada permiten identificar el nivel de dominio que poseen los estudiantes respecto a contenidos fundamentales de física previamente abordados en la enseñanza media. En términos generales, se observa un bajo porcentaje de respuestas correctas en todos los contenidos evaluados, lo que evidencia debilidades conceptuales significativas.

El contenido con mayor porcentaje de aciertos fue Calor, con un 42 % de respuestas correctas, seguido de Combustión (34 %) y Leyes de la Termodinámica (31 %). Sin embargo, los contenidos de Propiedades y procesos termodinámicos y Gases ideales presentan los resultados más bajos, con un 24 % y 22 % de respuestas correctas respectivamente, lo que indica una comprensión muy limitada de estos temas clave para el desarrollo del módulo.

Estos datos sugieren la necesidad de incorporar estrategias de enseñanza que fortalezcan los conocimientos previos, abordando explícitamente estas brechas a través de actividades contextualizadas, trabajo con modelos, y el uso del enfoque experimental para favorecer una comprensión más profunda y significativa de los fenómenos físicos.

1.3.2 Trayectoria académica

El presente apartado tiene como objetivo describir y analizar cuantitativamente el desempeño académico de un grupo de estudiantes pertenecientes a un Centro de Formación Técnica, a partir del análisis estadístico de sus calificaciones en asignaturas fundamentales del nivel de enseñanza media, como Matemática, Física y la Nota de Enseñanza Media (NEM), así como en módulos propios del plan formativo técnico, tales como Metrología y Taller de Matemática. El estudio contempla la aplicación de medidas descriptivas, análisis

de correlación entre variables y visualización de datos mediante gráficos. Los resultados obtenidos permiten identificar patrones de desempeño académico para establecer relaciones significativas entre las distintas asignaturas.

El primer paso del análisis consiste en calcular medidas de tendencia central y dispersión para cada asignatura. La Tabla 2 presenta los promedios, medianas, desviaciones estándar, así como los valores mínimos y máximos.

Tabla 2.
Estadística descriptiva en las calificaciones de los estudiantes.

Asignatura	Media	Desv. estándar	Mínimo	Mediana	Máximo
Matemática	46	6,3	33	46	61
Física	48	5,5	37	48	56
NEM	52	5,4	47	51	65
Metrología	63	1,8	60	63	67
Taller de Matemática	61	2,4	56	60	65

Nota: Elaboración propia.

Los resultados de la tabla permiten destacar las siguientes conclusiones relevantes:

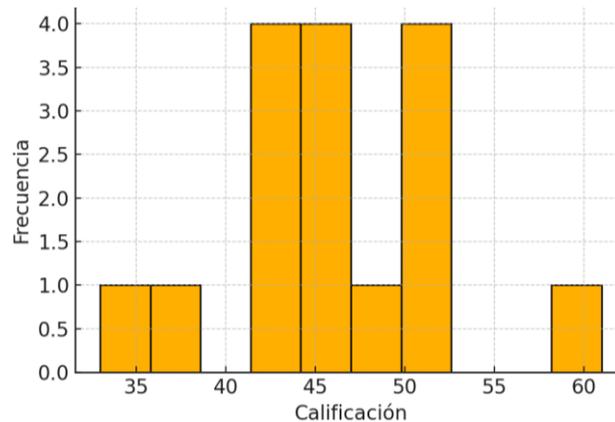
- Las asignaturas de Metrología y Taller de Matemática presentan los promedios más altos, con valores de 63 y 61 respectivamente. Además, muestran baja dispersión, lo que sugiere un desempeño homogéneo en estas áreas prácticas.
- En contraste, Matemática y Física evidencian los promedios más bajos, con 46 y 48 respectivamente, su desviación estándar es mayor, lo que indica una mayor heterogeneidad en el rendimiento estudiantil.
- El NEM, como indicador previo al ingreso a la formación técnica, tiene un promedio intermedio de 52, con un rango más amplio que las asignaturas técnicas, lo cual refleja la diversidad de trayectorias académicas previas de los estudiantes.

Para visualizar la distribución de los datos y complementar el análisis estadístico, se utilizaron histogramas para la asignatura de matemática y física. El histograma correspondiente a la asignatura de Matemática (Figura 6), muestra una distribución claramente asimétrica hacia la izquierda, con una concentración significativa de estudiantes cuyas calificaciones se encuentran en el intervalo de 40 a 60. Esta acumulación indica que la mayoría del grupo presenta un

rendimiento académico bajo o apenas suficiente en esta área, lo que puede estar reflejando dificultades persistentes en la comprensión de conceptos fundamentales, razonamiento lógico-matemático y aplicación de procedimientos.

Figura 6.

Distribución de promedios en Matemática.

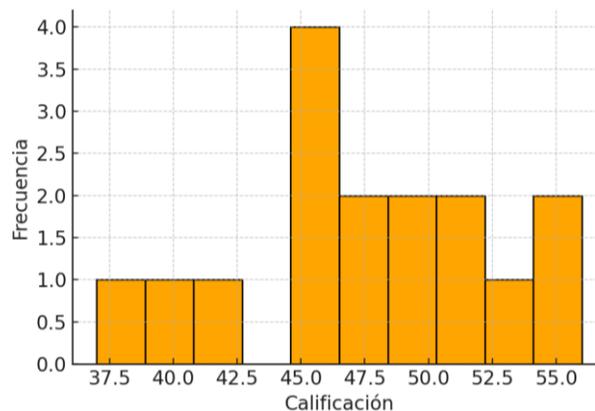


Nota: Elaboración propia.

En el caso de la asignatura de Física (Figura 7), el histograma revela una distribución más dispersa y con mayor variabilidad en comparación con Matemática. Esta mayor amplitud en la distribución sugiere que, si bien existe un grupo considerable de estudiantes con bajo rendimiento, también hay una proporción más significativa de casos que logra superar satisfactoriamente los objetivos de aprendizaje.

Figura 7.

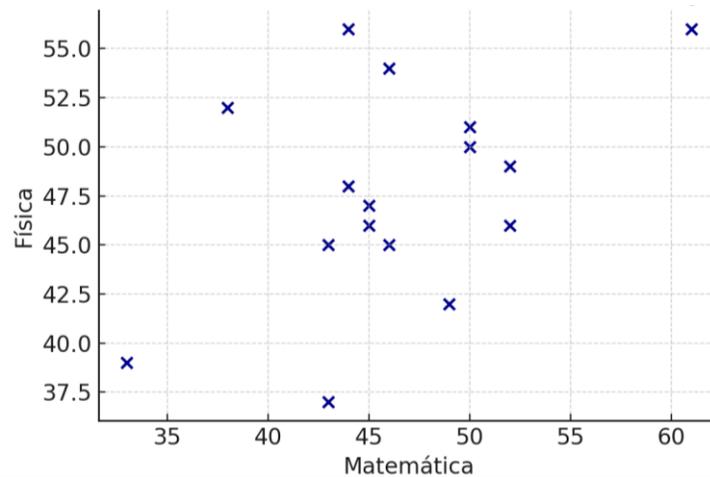
Distribución de promedios en Física.



Nota: Elaboración propia.

Para finalizar, se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson para determinar el grado de relación lineal entre las calificaciones en Matemática y Física. El valor obtenido fue de aproximadamente 0,47; lo que indica una correlación moderada y positiva. Esto implica que el rendimiento en una asignatura tiende a reflejarse en la otra, lo que sugiere que competencias generales como el razonamiento lógico, la atención y la comprensión lectora pueden estar influyendo en ambos resultados.

Figura 8.
Relación entre las calificaciones de Matemática y Física.



Nota: Elaboración propia.

A partir del análisis estadístico realizado, se evidencia una situación académica preocupante en lo que respecta al rendimiento de los estudiantes en las asignaturas de Matemática y Física. La concentración de calificaciones en rangos medios y bajos, junto con la dispersión observada en los datos, sugiere la existencia de brechas significativas en la comprensión de contenidos fundamentales y en el desarrollo de habilidades cognitivas necesarias para abordar con éxito ambas disciplinas.

Finalmente, este análisis proporciona un insumo valioso para la toma de decisiones pedagógicas fundamentadas en evidencia cuantitativa, contribuyendo al fortalecimiento de las prácticas docentes y a la mejora continua del proceso formativo en contextos de educación técnica profesional.

1.4 Problema de investigación

La formación deficiente en matemática que presentan los estudiantes incide de manera significativa en su desempeño en las asignaturas de su proceso formativo, particularmente al enfrentar la resolución de problemas reales vinculados con la Física, como lo afirma Redish (2005). Esta dificultad se incrementa en el contexto de la educación técnico profesional, donde los estudiantes deben aplicar conocimientos matemáticos en contextos prácticos reales de su especialidad. Las debilidades conceptuales en áreas fundamentales como el cálculo de gases ideales, propiedades termodinámicas y leyes de la termodinámica, tal como se evidencia en los resultados diagnósticos de la cohorte estudiada, reflejan un desfase entre los contenidos que los estudiantes dominan y los que realmente necesitan para enfrentar con éxito asignaturas como, por ejemplo, Máquinas Térmicas.

Frente a esta problemática, la modelación matemática aparece como una vía pedagógica que permite conectar la matemática con la realidad y articular conceptos físicos en contextos significativos. Tal como proponen Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019), el proceso de modelación no debe entenderse como una secuencia lineal de pasos, es un ciclo dinámico que involucra fases de comprensión, simplificación, matematización, resolución, interpretación y validación, las que pueden repetirse o abordarse de forma implícita, dependiendo de las características del estudiante y de la tarea asignada

El aporte desde la perspectiva del modelamiento matemático es visibilizar una brecha en estudios a nivel nacional, ya que, aunque existen investigaciones relevantes en educación básica y media, así como algunas experiencias a nivel universitario en carreras científicas o pedagógicas, no se han documentado estudios que analicen en profundidad el tránsito de estudiantes técnico profesionales por las etapas del ciclo de modelación. Esta omisión es preocupante si se considera que la educación técnico profesional representa una porción significativa de la matrícula de educación superior en Chile y que los desafíos formativos de estos estudiantes difieren de los de otras trayectorias académicas (Servicio de Información de Educación Superior, 2023).

En los antecedentes teóricos se destacan diversos aportes que refuerzan la importancia del modelamiento matemático en contextos universitarios, como el desarrollo de habilidades críticas, la contextualización del conocimiento y el fortalecimiento de la alfabetización matemática (Coa & Obregón, 2023; Berrío et al., 2019; Plaza, 2017). Sin embargo, la mayoría de estos estudios se centran en programas de formación docente, ingeniería o en niveles escolares previos, lo que deja sin explorar la experiencia de los estudiantes del área técnico profesional, donde el vínculo entre el conocimiento teórico y la aplicación práctica es vital para el aprendizaje.

Esta ausencia de estudios sistemáticos sobre el ciclo de modelación en este escenario impide una comprensión profunda de cómo los estudiantes enfrentan, comprenden y resuelven situaciones contextualizadas. Como lo sugiere Huincahue (2015), las fases más invisibilizadas del ciclo, como la comprensión del problema y la representación del modelo real, suelen pasar desapercibidas por el docente, lo que dificulta su evaluación y el diseño de intervenciones pedagógicas efectivas. Esto tiene mayor relevancia en carreras como Mecánica Industrial, donde los problemas son tanto complejos como multidimensionales, por lo que se requiere una integración efectiva entre física, matemática y competencias técnicas.

Asimismo, al no contar con investigaciones que describan el tránsito real de estos estudiantes por las etapas del ciclo de modelación, se pierde la oportunidad de diseñar propuestas didácticas situadas así también estrategias de evaluación pertinentes, como las rúbricas adaptadas propuestas por Acebo y Rodríguez (2021) o Werle y Granado (2022). En este sentido, este análisis aporta un diagnóstico sobre las debilidades conceptuales en física y ofrece una mirada metodológica, la cual contribuye a llenar un vacío importante en la literatura nacional.

En síntesis, es necesario ampliar la investigación en torno al modelamiento matemático en la formación técnico profesional, con el propósito de mejorar el desempeño académico de los estudiantes y, al mismo tiempo, contribuir al fortalecimiento de la calidad de la enseñanza en estas instituciones. Comprender

cómo los estudiantes transitan por las distintas etapas del ciclo de modelación permite diseñar experiencias de aprendizaje más efectivas, articuladas con las necesidades reales de la industria y alineadas con un enfoque STEM que integre ciencia, tecnología, ingeniería y matemática de manera significativa.

Dado el problema previamente expuesto, se plantea como supuesto que los estudiantes presentan dificultades en el tránsito por el ciclo de modelación matemática al enfrentarse a problemas físico-matemáticos contextualizados, especialmente en las etapas de interpretación y validación.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción del capítulo

La modelación matemática es un campo ampliamente consolidado dentro de la didáctica de la matemática. En numerosas investigaciones, la física ha sido incorporada principalmente como un procedimiento auxiliar, funcionando como una herramienta externa destinada a facilitar la comprensión de determinados conceptos matemáticos. Sin embargo, Valenzuela y Mena (2019) destacan el papel de la física dentro del ciclo de modelación y concluyen que ha sido escasamente abordado de manera crítica.

2.2 Modelación matemática

El modelamiento matemático es un proceso cognitivo y didáctico que consiste en representar situaciones del mundo real mediante estructuras matemáticas, con el propósito de analizarlas, comprender su comportamiento y fundamentar decisiones. Este proceso incluye la interpretación de la situación inicial, la formulación y resolución del modelo, así como la validación e interpretación de los resultados en el contexto original (Blum & Leiß, 2005; Borromeo Ferri, 2006; Lyon & Magana, 2020). Se ha consolidado como una competencia clave en la educación actual, al permitir que los estudiantes transfieran y apliquen sus conocimientos matemáticos a situaciones del mundo real. No obstante, la forma en que este proceso es concebido varía considerablemente según los distintos enfoques teóricos. La literatura especializada presenta múltiples perspectivas sobre el modelamiento, diferenciándose tanto en su estructura como en los fines que persiguen (Borromeo Ferri, 2006; Blum y Leiß, 2005; Lesh y Caylor, 2007). En este marco, se distinguen al menos siete perspectivas fundamentales: cognitiva, realista o aplicada, contextual, educativa, epistemológica, sociocrítica, y una orientada a la validación de diseños.

La perspectiva realista o aplicada, con aportes de Pollak (1979), enfatiza la resolución práctica de problemas reales mediante el uso de modelos matemáticos. Este enfoque resalta la utilidad y relevancia de las matemáticas en

contextos científicos, tecnológicos y sociales, promoviendo un aprendizaje interdisciplinario y significativo.

La perspectiva contextual, desarrollada por Lesh y Caylor (2007), considera esencial el papel del contexto sociocultural del estudiante y sus experiencias previas. Desde esta óptica, los modelos deben construirse de forma situada y significativa, permitiendo conectar el conocimiento matemático con la realidad del estudiante.

La perspectiva educativa, desarrollada por Blum y Leiß (2005), concibe la modelación como un eje articulador del currículo matemático. A través de ella se busca desarrollar competencias como el pensamiento crítico, la creatividad y la toma de decisiones, integrando el proceso de modelación al aprendizaje formal de la matemática.

Por su parte, la perspectiva epistemológica, basada en Chevallard (1997), interpreta la modelación como una vía para reconstruir el conocimiento matemático a partir de fenómenos del mundo real. Este enfoque se enfoca en la matematización progresiva, destacando su valor formativo y metacognitivo para la comprensión de la naturaleza del saber matemático.

La perspectiva sociocrítica, planteada por Skovsmose (2006), propone una mirada transformadora de la modelación, en tanto herramienta para analizar y cuestionar problemáticas sociales, políticas y económicas. Desde esta visión, la modelación fomenta una conciencia crítica y emancipadora, promoviendo una reflexión ética sobre el rol de las matemáticas en la sociedad.

La perspectiva cognitiva, impulsada por autoras como Borromeo Ferri (2006), se centra en los procesos mentales que activan los estudiantes durante la modelación matemática. Esta línea busca identificar barreras cognitivas, comprender el procesamiento mental de las tareas de modelación y promover habilidades como la representación mental y la validación continua de los modelos.

Cabe destacar que estas perspectivas no son excluyentes, ya que pueden complementarse según los objetivos pedagógicos, las características del contexto educativo y las necesidades formativas de los estudiantes. Su análisis

resulta fundamental para comprender la complejidad del proceso de modelación matemática y sus implicancias en el ámbito educativo contemporáneo.

En esta última línea se sitúa el trabajo de Borromeo-Ferri (2006), quien propone una articulación entre teoría y práctica a partir de una mirada psicocognitiva del proceso de modelación. Mediante un análisis crítico de diversos ciclos de modelamiento presentes en la literatura, la autora evidencia la ausencia de un consenso universal sobre las fases del proceso y su implementación en el ámbito escolar. Su enfoque destaca que el modelamiento no puede entenderse como un procedimiento rígido y estandarizado, al contrario, es una construcción dinámica, moldeada por factores individuales, contextuales y cognitivos.

La perspectiva psicocognitiva del proceso de modelación según Borromeo-Ferri (2006) se refiere a un enfoque que pone énfasis en los procesos mentales internos que ocurren en el individuo durante la actividad de modelar matemáticamente. Es decir, no se enfoca solo en las acciones externas (como resolver una ecuación o construir un gráfico), más bien en cómo los estudiantes piensan, comprenden, representan mentalmente, toman decisiones, seleccionan estrategias y construyen significados al enfrentar una situación problemática del mundo real.

En términos más concretos, implica:

- Estudiar cómo los estudiantes interpretan una situación contextualizada (por ejemplo, un problema práctico).
- Observar cómo construyen internamente una representación del problema, a lo que Borromeo-Ferri (2006) llama “representación mental de la situación”.
- Analizar cómo toman decisiones sobre qué información es relevante, cómo simplifican, estructuran y traducen la situación al lenguaje matemático.
- Comprender cómo validan e interpretan sus resultados y si son capaces de retroalimentar su proceso con base en sus reflexiones internas.

Uno de los principales aportes de Borromeo-Ferri (2006) es la presentación de los resultados del proyecto COM (*Cognitive Psychological Analysis of Modeling Processes*), desarrollado por la propia autora. Este estudio se propuso analizar en profundidad las rutas de modelamiento seguidas por estudiantes de enseñanza secundaria, considerando su estilo de pensamiento matemático y su desempeño frente a tareas contextualizadas.

Desde un enfoque metodológico cualitativo, el estudio de Borromeo-Ferri (2006) emplea videograbaciones de clases, entrevistas a docentes y estudiantes, junto con un análisis basado en la teoría fundamentada, con el objetivo de codificar tanto las declaraciones verbales como las acciones observadas en el aula. A partir de este enfoque, la autora logra reconstruir de manera empírica las fases del proceso de modelación matemática en contextos escolares. Los resultados evidencian que dicho proceso no siempre se desarrolla de forma lineal, por el contrario, los estudiantes tienden a repetir ciertas fases, omitir otras o abordarlas de manera implícita, lo que refleja la complejidad dinámica del modelamiento en la práctica educativa.

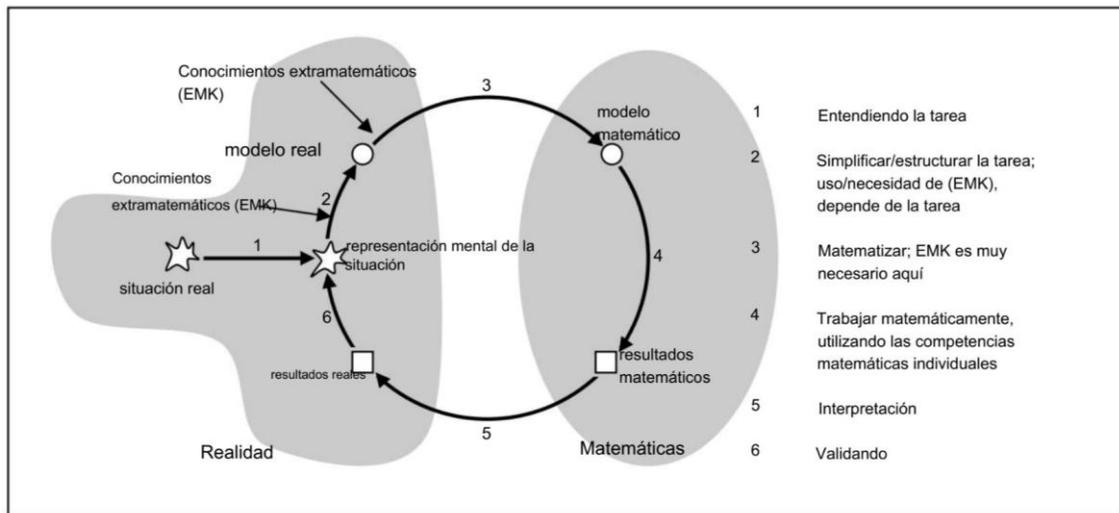
Además, la autora incorpora la idea de "representación mental de la situación" (RM) como una fase clave que intermedia entre la percepción del problema y su formalización matemática. Esta noción, subraya el papel del pensamiento interno en la construcción de significados durante el modelado.

Este enfoque empírico permitió identificar seis fases fundamentales, como se muestra en la Figura 9:

1. **Comprensión de la tarea:** Interpretación inicial de la situación problemática.
2. **Simplificación y estructuración:** Selección de elementos relevantes y eliminación de detalles irrelevantes.
3. **Matematización:** Traducción del modelo real a lenguaje y estructuras matemáticas.
4. **Resolución matemática:** Aplicación de herramientas matemáticas para obtener resultados.

5. **Interpretación:** Recontextualización de los resultados matemáticos a la situación real.
6. **Validación:** Evaluación de la pertinencia de la solución y ajuste, si es necesario.

Figura 9.
Modelación del ciclo desde una perspectiva cognitiva de Borromeo.



Nota: Extraído del artículo Borromeo-Ferri (2006).

Borromeo-Ferri (2006) advierte que, aunque muchos currículos presentan el modelamiento como una secuencia bien definida, esta estructura no siempre se refleja en la práctica. La autora subraya que existe una brecha entre los modelos normativos y las rutas reales seguidas por los estudiantes, lo cual plantea importantes desafíos para la enseñanza. Desde una perspectiva educativa, esta investigación sugiere que los docentes deben estar preparados para reconocer la diversidad de rutas cognitivas que los estudiantes pueden seguir durante el modelamiento. Asimismo, destaca la necesidad de ofrecer tareas abiertas y contextualizadas que permitan a los alumnos explorar distintas estrategias y modos de representación. Además, plantea una cuestión central: ¿es posible tener un único ciclo de modelado que sirva tanto para la enseñanza como para la investigación? La respuesta, según la autora, es compleja. Mientras que los modelos reducidos pueden ser útiles para introducir el modelado en niveles escolares, los modelos más detallados resultan necesarios para analizar a fondo el proceso cognitivo y formativo del estudiante.

La contribución de Borromeo-Ferri (2006) ofrece un marco robusto para comprender el modelamiento matemático como un proceso complejo, individualizado y no necesariamente lineal. Al integrar teoría, práctica y evidencia empírica, su propuesta permite avanzar hacia una enseñanza del modelamiento que sea tanto cognitivamente fundamentada como didácticamente viable. Esta visión resulta especialmente valiosa en el contexto de la educación secundaria, donde los estudiantes deben aprender a aplicar la matemática a situaciones del mundo real de forma significativa y reflexiva.

En el contexto de la enseñanza de las matemáticas, el desarrollo del pensamiento matemático es considerado una de las competencias clave para enfrentar los desafíos del siglo XXI. En particular, el modelamiento matemático se presenta como una habilidad esencial que permite a los estudiantes interpretar, representar y resolver situaciones reales mediante herramientas matemáticas. El documento elaborado por el Ministerio de Educación de Chile (2016) para los niveles de 7° y 8° año de educación básica ofrece un enfoque didáctico concreto y coherente para fomentar esta habilidad desde una edad temprana.

Las Bases Curriculares chilenas reconocen explícitamente que comprender y aplicar la matemática a la resolución de problemas reales es una necesidad ciudadana. Esta capacidad se vincula directamente con la alfabetización matemática, entendida como la habilidad para identificar el papel de las matemáticas en el mundo, formular juicios fundamentados y utilizar herramientas matemáticas adecuadas (MINEDUC, 2016, p. 8). En este marco, el modelamiento matemático aparece como una herramienta para representar sistemas reales mediante estructuras simbólicas que simplifican y organizan información relevante.

El documento también destaca que la asignatura de Matemática debe centrarse en la resolución de problemas, favoreciendo la conexión de esta disciplina con la vida cotidiana y otras asignaturas. Esta visión impulsa a los docentes a diseñar experiencias de aprendizaje que promuevan la traducción de fenómenos reales a representaciones matemáticas (MINEDUC, 2016, p. 9).

Modelar implica traducir situaciones del mundo real a lenguaje matemático, seleccionando y aplicando modelos que permitan representar, analizar e interpretar fenómenos. El documento detalla los principales componentes de este proceso: la formulación del problema, la matematización, la resolución del problema matemático, la interpretación de los resultados y su validación respecto de la situación inicial (MINEDUC, 2016, p. 14). Este enfoque está en sintonía con modelos teóricos internacionales como el de Blum y Leiß (2005), que articulan el proceso en tres fases: mundo real, mundo matemático y retorno a la realidad.

De acuerdo con De Lange (1987), señala que modelar requiere identificar elementos matemáticos pertinentes, organizar la información bajo conceptos matemáticos, y traducir el lenguaje cotidiano al lenguaje simbólico. Asimismo, se enfatiza la importancia de reflexionar críticamente sobre los modelos, sus resultados y limitaciones, destacando la necesidad de un pensamiento matemático profundo y contextualizado (MINEDUC, 2016, pp. 16–17).

Uno de los puntos fuertes del documento es la incorporación de problemas contextualizados que permiten desarrollar el modelamiento desde diferentes ejes matemáticos. Por ejemplo, se presentan situaciones relacionadas con la vida financiera, como la adquisición de un auto con crédito y cuotas variables, donde el estudiante debe construir y resolver ecuaciones lineales para determinar montos y analizar intereses (MINEDUC, 2016, pp. 23–28). También se abordan problemas geométricos, como el diseño de rutas seguras en un patio vigilado por perros, donde se aplica el teorema de Pitágoras para determinar zonas de seguridad (MINEDUC, 2016, pp. 43–46).

Estos ejercicios promueven el tránsito entre representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, lo cual es fundamental para el desarrollo del pensamiento algebraico y geométrico. El uso de herramientas como tablas, rectas numéricas, modelos vectoriales y esquemas refuerza la comprensión conceptual y permite al estudiante validar sus soluciones en contextos reales.

El documento propone estrategias para generar oportunidades de aprendizaje significativas que potencien el modelamiento, incluyendo la

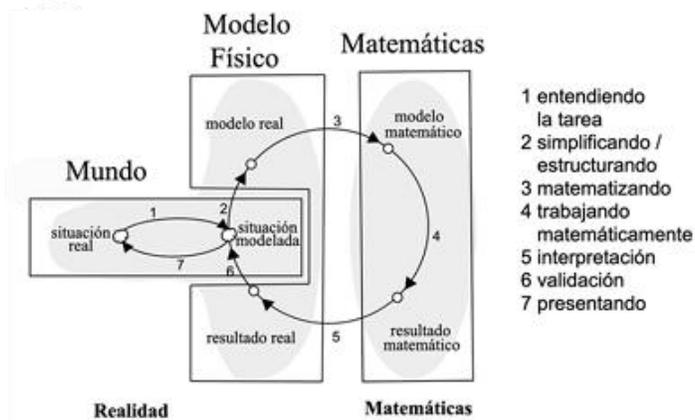
formulación de problemas, el trabajo en diferentes niveles de representación y la utilización de herramientas tecnológicas como GeoGebra. Además, se destaca la importancia de que los docentes escuchen activamente a sus estudiantes, formulen preguntas abiertas y empleen el cuaderno como instrumento de seguimiento y reflexión sobre el aprendizaje (MINEDUC, 2016, p. 10).

El documento del MINEDUC (2016) constituye un valioso recurso para introducir el modelamiento matemático en la educación básica, destacando su relevancia como herramienta para comprender el entorno y enfrentar problemas reales. Al proponer una didáctica activa, contextualizada y basada en la resolución de problemas, se promueve el desarrollo integral del pensamiento matemático desde edades tempranas. Esta visión es coherente con enfoques internacionales y representa un aporte significativo para el fortalecimiento de la enseñanza de las matemáticas en el sistema escolar chileno. Desde esta perspectiva, enseñar a modelar requiere conocimientos matemáticos, habilidades para guiar a los estudiantes en la toma de decisiones, argumentación y crítica constructiva de los modelos. Por ello, se sugiere que el desarrollo de la competencia de modelamiento debe estar integrado a lo largo del currículum y articularse con otras habilidades matemáticas, como la representación, resolución de problemas y comunicación.

2.3 El ciclo de modelación en física

Uhden et al. (2012) consideran como punto de partida el ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006), el cual lo adaptan al contexto de la enseñanza de la física como se muestra en la Figura 10. En su propuesta, el modelo físico tiene un espacio intermedio entre el mundo real y matemático, funcionando como un puente conceptual dentro del ciclo de modelación. Este modelo se articula mediante procesos clave como la simplificación, la matematización, el trabajo matemático, la interpretación y la validación. Así, la transición desde el mundo real hacia el ámbito matemático se ve mediada por el modelo físico, lo que permite establecer una conexión significativa entre la realidad, los conceptos físicos y las estructuras matemáticas involucradas.

Figura 10.
Ciclo de modelación en Física.

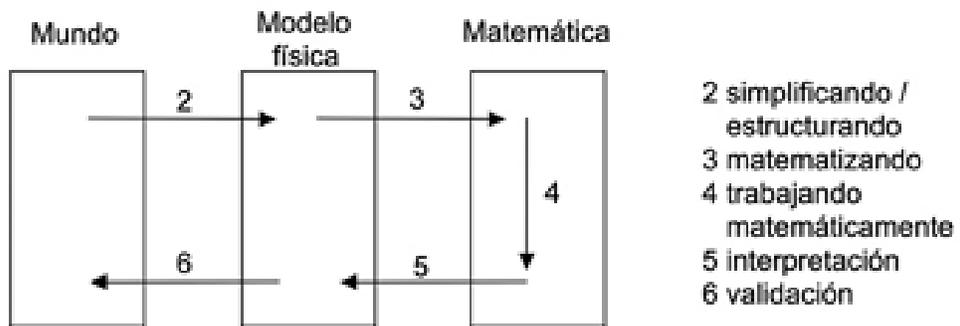


Nota: Extraído de Valenzuela y Mena (2019).

En este modelo propuesto las etapas de simplificación y validación permiten establecer un vínculo entre el modelo físico y el mundo real, mientras que los procesos de matematización e interpretación actúan como puente entre dicho modelo y el matemático.

En este enfoque del ciclo de modelación, los autores destacan el doble papel que cumple la matemática: como estructura organizadora del conocimiento y como herramienta técnica, implicando una estrecha integración entre la física y la matemática como también el uso de técnicas matemáticas específicas. Además, reconocen distintos niveles de matematización en el proceso de modelación física, donde los niveles más avanzados permiten obtener información precisa y relevante para la comprensión del fenómeno, la cual inicialmente podía no ser evidente o no haber sido considerada, como se muestra en la Figura 11.

Figura 11.
Modelo planteado entre mundo matemático y físico.



Nota: Extraído de Valenzuela y Mena (2019).

Valenzuela y Mena (2019) consideran que este ciclo de modelación, cuando se aplica al ámbito de la física resulta adecuado, pertinente y conceptualmente sólido. Coincidiendo con la perspectiva ontológica que sostiene que la física y la matemática no deben entenderse como disciplinas separadas que simplemente se complementan, son saberes profundamente interrelacionados. Concluyen que, a pesar de los aciertos del modelo, no logra explicitar de forma clara el carácter experimental propio de la física, ni cómo este se articula tanto con las matemáticas como con el mundo real.

Entre los aspectos relevantes que destacan los autores son:

- Las operaciones relacionadas con la técnica matemática son diferentes para un mismo concepto o fenómeno a modelar, ya sea si se hace desde lo experimental o desde el campo teórico.
- Existen operaciones que hacen alusión a la técnica matemática, a la computación, la manipulación y montaje del experimento.

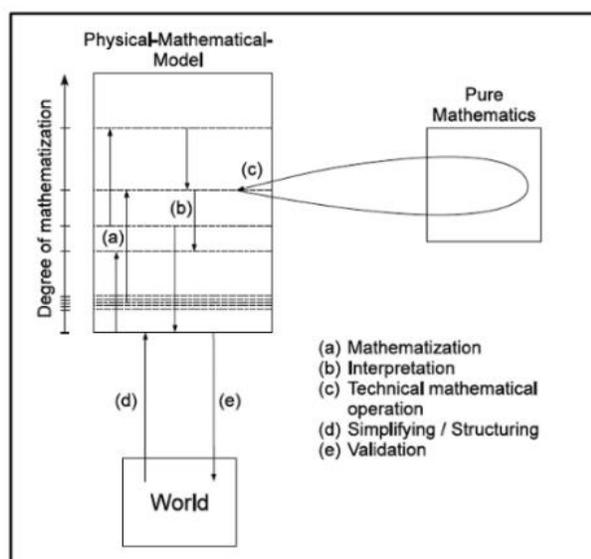
Además, señalan que en la enseñanza escolar de la física la experimentación suele limitarse a un enfoque demostrativo, funcionando más como una herramienta motivacional que invita a los estudiantes a explorar ciertos contenidos, pero que frecuentemente se realiza mediante programas interactivos que permiten modificar algunas variables, mientras ellos se mantienen como observadores pasivos del fenómeno. En este tipo de situaciones, el grado de matematización es mínimo y no genera retroalimentación significativa desde el análisis matemático. Por otro lado, en el contexto universitario, la experimentación en física se realiza principalmente para verificar relaciones entre variables dentro de un fenómeno, donde en un nivel más avanzado, se puede utilizar para deducir leyes físicas a través de procesos como la linealización, ajustes de curvas y gráficos de datos, los que son asistidos por sensores e interfaces digitales que registran información en tiempo real. Sin embargo, a pesar de estas posibilidades, la experimentación sigue desempeñando en muchos casos un papel secundario, frecuentemente desconectado de los cursos teóricos. Suele presentarse como un conjunto de prácticas prediseñadas que

deben completarse, sin una integración profunda con los marcos conceptuales que se enseñan en paralelo.

En el ciclo de modelación representado en la Figura 12, se visualiza una separación explícita entre la física y la matemática, lo que refleja que los procesos de matematización se desarrollan de manera aislada sin una integración directa con el contenido físico. Frente a esto, Uhden et al. (2012) proponen un modelo alternativo representado en la Figura 8, en el cual ambos saberes se presentan superpuestos, mostrando una relación más estrecha e interdependiente. En este modelo se reconocen distintos niveles de matematización y se plantea que, en ciertos casos, algunos problemas pueden ser extraídos del contexto físico original para ser abordados únicamente desde una perspectiva matemática, lo que corresponde al ámbito de la “matemática pura”.

Figura 12.

Nuevo ciclo de modelación propuesto.



Nota: Extraído de Uhden et al (2012).

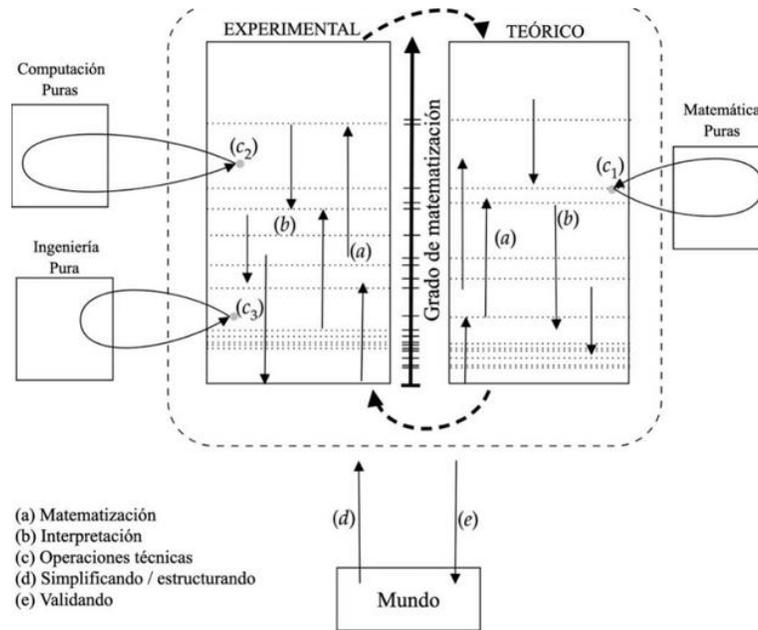
Como lo declaran Valenzuela y Mena (2019) el uso de las matemáticas en contextos experimentales presenta ciertas diferencias en comparación con su aplicación en el tratamiento teórico, lo que dificulta la incorporación directa del proceso de matematización dentro del modelo físico-matemático. Los niveles iniciales de matematización (etapa a) suelen limitarse a la simple aplicación de conceptos básicos, con un grado mínimo de interpretación y un uso limitado de

técnicas matemáticas. A medida que se avanza hacia niveles más altos, se desarrollan interpretaciones más profundas y complejas del fenómeno, lo que también implica el uso de herramientas matemáticas más complejas. Finalmente, las etapas correspondientes a la simplificación y validación (etapas d y e) dependen en gran medida del conocimiento previo, las experiencias y las conexiones entre saberes que posee el sujeto o la comunidad que realiza el modelamiento.

A partir de lo expuesto, los autores proponen el modelo representado en la Figura 13, donde se observa que el ciclo de modelación en física integra tanto el componente teórico como el experimental. El primero, ampliamente abordado en la investigación de Uhden et al. (2012), donde se establecen las bases conceptuales, formulación de hipótesis y, en muchos casos, que permite anticipar los resultados. El segundo componente, es el que se introduce y, además, se desarrolla en la propuesta, dialogando con el enfoque teórico, el cual se complementa como se valida. La relación entre ambos es bidireccional, que se representa mediante las flechas segmentadas en el modelo, dado que en ocasiones la teoría orienta el experimento y en otras es la experimentación la que sugiere nuevas formulaciones teóricas.

Asimismo, los autores han distinguido dos formas de validación dentro del conocimiento físico. Por un lado, la validación experimental, que corresponde a una simplificación del mundo real mediante el control de ciertas variables para estudiar otras, por otro lado, la validación en contextos reales, que implica contrastar los resultados obtenidos tanto teórica como experimentalmente con situaciones auténticas, verificando su aplicabilidad y pertinencia más allá del laboratorio.

Figura 13.
Ciclo de modelación Físico-Matemático.



Nota: Extraído de Valenzuela y Mena (2019).

Una posible representación visual del modelo podría ubicar los dos recuadros, correspondientes a los componentes teórico y experimental en distintos niveles, para reflejar cuál de ellos guía o predomina en determinada etapa del proceso de modelación. En cuanto a la matematización, esta se concibe como un proceso gradual. En su nivel más elemental, se limita a una experimentación de carácter cualitativo, típica del contexto escolar, mientras que a medida que se avanza hacia niveles más complejos, ya sea desde una perspectiva experimental, teórica o combinada, la matematización comienza a entregar información significativa. Esto permite una comprensión más profunda del fenómeno, incluyendo la evaluación de su validez, sus limitaciones, las relaciones entre variables, el cálculo del error, la dispersión de datos, medidas estadísticas, tendencias y la evaluación de la pertinencia experimental, a todo lo anterior se suma el conocimiento matemático que se activa y se aplica en cada una de las fases del proceso.

En el ámbito de la ingeniería los autores declaran que se relaciona con la capacidad de diseñar y montar el experimento, así como con la resolución de los diversos problemas técnicos que puedan surgir, tales como limitaciones de

espacio, energía o aspectos de diseño, entre otros. Las técnicas matemáticas, la computación y la ingeniería representadas en el modelo se pueden considerar como herramientas externas al núcleo del proceso de modelación, pero que resultan fundamentales para su desarrollo. De hecho, muchos de los desafíos que emergen al realizar ciencia con estudiantes o en el ámbito científico profesional, no son abordados directamente por docentes o físicos, ya que son tratados por especialistas pertenecientes a estas comunidades específicas. Por otro lado, las etapas señaladas en el proceso de simplificación que precede a la modelación propiamente tal y a la validación final del modelo, la cual puede provenir del enfoque experimental, del teórico, o de una combinación de ambos, contrastando el modelo con el mundo real.

Finalmente, los autores concluyen que, aunque la incorporación del componente experimental al modelo propuesto por Uhden et al (2012) representa un primer avance, consideran fundamental validar su propuesta en contextos reales con estudiantes, así como someterla a discusión entre especialistas del área con el fin de perfeccionarla. A nivel universitario, este modelo podría contribuir significativamente a visibilizar y reflexionar sobre la relación entre los componentes teóricos, experimentales y matemáticos de la física. Asimismo, permite identificar con mayor claridad cuál es el enfoque predominante en la enseñanza y evaluar si este resulta pertinente para el desarrollo de las competencias profesionales que se espera en los futuros egresados. Aunque estos tres ejes suelen estar presentes en los programas de formación y en los diseños curriculares, generalmente se abordan de forma fragmentada, sin una comprensión integrada que los vincule con el perfil de egreso de los estudiantes.

2.4 Modelación matemática en el contexto de formación de ingenieros

La modelización matemática se ha establecido como una de las herramientas más importantes en la formación de ingenieros, porque permite representar fenómenos del mundo real, lo que facilita la resolución de problemas prácticos mediante modelos matemáticos. Este enfoque integrador, según Lyon y Magana (2020), permite que los estudiantes de ingeniería aprendan la teoría matemática y apliquen esa teoría a problemas concretos, lo que les permite

obtener una comprensión más profunda de los conceptos y desarrollar habilidades que serán fundamentales en su carrera profesional.

Mendible y Ortiz (2003) señalan que la modelación involucra la resolución de problemas matemáticos, promueve la comprensión profunda de los fenómenos físicos y su descripción a través de las matemáticas. Según los autores, este enfoque integrado es esencial para que los estudiantes de ingeniería desarrollen las competencias necesarias para enfrentar los retos profesionales en un mundo cada vez más orientado a la resolución de problemas complejos a través de modelos matemáticos.

Con el mismo enfoque, Romo-Vázquez (2014) reflexiona sobre la importancia de integrar la modelación matemática en los programas educativos, destaca cómo esta práctica se ha transformado en un enfoque esencial para el aprendizaje en ingeniería. El autor afirma que la modelación facilita la comprensión de conceptos teóricos, ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades críticas como el pensamiento analítico y la capacidad para resolver problemas complejos en un entorno profesional.

Brito-Vallina et al. (2011) destacan que existe una significativa brecha entre las habilidades matemáticas que los ingenieros requieren para modelar, interpretar y comunicarse de manera precisa, y las habilidades que se desarrollan en los cursos tradicionales de matemáticas, que suelen centrarse en la resolución de ejercicios de cálculo, desconectados de la práctica profesional.

Asimismo, Mendible y Ortiz (2003) analizan la importancia de la modelación matemática en la formación de ingenieros, se destaca cómo este enfoque contribuye al aprendizaje de conceptos matemáticos al mismo tiempo que los vincula con aplicaciones prácticas. Los autores argumentan que uno de los mayores desafíos en la enseñanza de las matemáticas en las ingenierías es que, a menudo, los estudiantes aprenden las matemáticas de manera aislada, sin comprender cómo se pueden aplicar a la resolución de problemas reales. La modelación matemática, en este sentido, actúa como un puente entre la teoría y la práctica, permitiendo que los estudiantes de ingeniería utilicen las matemáticas de manera significativa para abordar problemas concretos en sus respectivas

áreas de estudio. Además, plantean la importancia de contextualizar los problemas matemáticos en situaciones reales, dado que mejora la comprensión de los conceptos matemáticos y fomenta habilidades críticas-analíticas.

Para que los estudiantes adquieran la habilidad de modelar matemáticamente, deben enfrentarse a problemas que reflejen las complejidades y la dinámica de los sistemas reales. Esto implica que los problemas propuestos en el contexto educativo deben ser lo suficientemente complejos como para permitir la aplicación de diversas herramientas matemáticas, pero también deben estar alineados con los intereses y necesidades profesionales de los estudiantes (Mendible y Ortiz, 2003).

El proceso de modelación matemática que proponen Mendible y Ortiz (2003) sigue cinco etapas, las cuales se presentan a continuación:

1) **Formulación del problema:** en esta etapa, los estudiantes identifican el fenómeno que se desea modelar y definen las variables relevantes.

2) **Análisis matemático:** los estudiantes aplican técnicas matemáticas para representar el fenómeno de manera matemática.

3) **Resolución del modelo:** se utilizan las herramientas matemáticas adecuadas para encontrar una solución al modelo formulado.

4) **Validación del modelo:** los resultados obtenidos se comparan con datos experimentales u observacionales para verificar si el modelo representa adecuadamente el fenómeno real.

5) **Interpretación y aplicación de los resultados:** los estudiantes interpretan los resultados del modelo en el contexto del problema real y toman decisiones basadas en estos resultados.

Romo-Vásquez (2014) explica que, aunque las matemáticas se han considerado históricamente como una disciplina abstracta, la creciente demanda de habilidades prácticas en la ingeniería ha llevado a la necesidad de enseñar las matemáticas desde una perspectiva aplicada, en la cual la modelación matemática juega un papel central. Este cambio de enfoque responde a las exigencias del mundo profesional, que demanda que los ingenieros comprendan

las matemáticas y sean capaces de aplicar estos conocimientos para resolver problemas reales.

Brito-Vallina et al. (2011) propone una estrategia metodológica para abordar esta problemática, sugiriendo un enfoque sistémico para el desarrollo de la habilidad de modelar en los estudiantes de ingeniería. Este enfoque tiene en cuenta la clasificación de los principales modelos matemáticos para las ingenierías, considerando la teoría o técnica utilizada, la naturaleza de los procesos involucrados y la estructura matemática que los define. Además, se propone una integración de las categorías didácticas del proceso de enseñanza-aprendizaje, adaptadas al perfil profesional de los futuros ingenieros.

El proceso de modelación matemática propuesto se divide en varias etapas esenciales:

1) **Definición del problema y sus objetivos:** es importante definir claramente el problema físico que se desea modelar para asegurar un enfoque adecuado durante las siguientes etapas.

2) **Definición de la teoría que gobierna el problema:** se identifican las magnitudes y las leyes físicas relevantes para el modelo.

3) **Descripción de la situación física en términos matemáticos:** se establece el modelo matemático que describe el fenómeno, empleando relaciones matemáticas derivadas de la teoría seleccionada.

4) **Solución matemática del modelo:** se aplican las técnicas matemáticas correspondientes para resolver el modelo.

5) **Comparación del modelo con la situación real:** se verifica que las predicciones del modelo se ajusten a los datos experimentales y al comportamiento del sistema real.

6) **Estudio de las limitaciones del modelo:** se identifican las posibles limitaciones del modelo en su capacidad para representar la realidad.

7) **Aplicación del modelo e interpretación de los resultados:** el modelo es utilizado para hacer predicciones y tomar decisiones, y los resultados se interpretan en función del problema original.

El estudio de Lyon y Magana (2020) subraya la importancia de las estrategias empleadas por los estudiantes para abordar problemas de modelado matemático. Las actividades de modelado implican la aplicación de técnicas matemáticas, la formulación de estrategias para abordar situaciones complejas, la toma de decisiones en cada etapa del proceso y la adaptación del modelo conforme se obtienen nuevos datos. Los autores destacan que las estrategias utilizadas por los estudiantes varían ampliamente, dependiendo de su comprensión del problema, de los recursos disponibles y de la metodología enseñada en clase. Los estudiantes que han sido capacitados en un enfoque estructurado de modelado matemático tienden a abordar estos problemas de manera más efectiva y a lograr una mayor precisión en sus modelos. Sin embargo, también se observa que muchos estudiantes carecen de la capacidad para hacer suposiciones correctas o interpretar de manera adecuada los resultados obtenidos, lo que resalta la necesidad de enseñar habilidades metacognitivas y de reflexión crítica sobre el proceso de modelado.

En cuanto a la implementación del modelado en la enseñanza, el artículo pone de manifiesto que el modelado matemático en las aulas de ingeniería suele estar integrado en actividades prácticas que reflejan problemas del mundo real. Esto permite a los estudiantes aplicar las matemáticas a situaciones auténticas, lo cual aumenta su motivación, como también facilita una comprensión más completa de los conceptos matemáticos. Sin embargo, Lyon y Magana (2020) señalan que la implementación de estas actividades varía considerablemente entre las instituciones educativas. En algunos casos, los docentes integran proyectos interdisciplinarios en los que los estudiantes deben trabajar en grupos, lo que fomenta la colaboración y el intercambio de ideas. En otros casos, las actividades de modelado se limitan a ejercicios aislados, lo que puede resultar menos efectivo en términos de aprendizaje profundo.

Mendible y Ortiz (2003) destacan que la modelación matemática debe ser entendida como un proceso interactivo y flexible, que puede requerir la modificación del modelo a medida que se obtienen nuevos datos o se desarrollan nuevas ideas. Este proceso cíclico implica una constante reflexión sobre la

validez del modelo y su capacidad para representar adecuadamente la realidad. Otro aspecto clave señalado en su investigación es el papel de la tecnología en la enseñanza de la modelación matemática. La utilización de software de simulación y otras herramientas tecnológicas puede facilitar la resolución de problemas complejos y permitir a los estudiantes experimentar con modelos que serían demasiado difíciles de manejar sin la ayuda de computadoras. Sin embargo, los autores advierten que la tecnología debe ser utilizada de manera adecuada, de modo que los estudiantes no dependan excesivamente de las herramientas sin comprender los fundamentos matemáticos detrás de los modelos que están utilizando. Romo-Vázquez (2014) comparte esta visión y entiende la modelación matemática como un proceso iterativo y dinámico que incluye la formulación de un modelo matemático basado en el conocimiento previo, la resolución del modelo utilizando herramientas matemáticas adecuadas, la interpretación de los resultados obtenidos y, finalmente, la validación del modelo mediante su comparación con datos experimentales o reales. A lo largo de este proceso, los estudiantes aprenden a trabajar con conceptos matemáticos, desarrollan la capacidad de pensar de manera crítica sobre las limitaciones y las posibles aplicaciones de sus modelos.

Brito-Vallina et al. (2011) enfatiza la necesidad de integrar la modelación matemática en el currículo de las carreras de ingeniería, promoviendo la aplicación de las matemáticas a través de problemas prácticos y reales. Se sugiere que, en lugar de centrarse únicamente en la enseñanza de técnicas matemáticas aisladas, los programas educativos deben incluir situaciones problemáticas que fomenten el uso de la modelización para resolver desafíos concretos. El uso de tecnologías, como las calculadoras gráficas y los programas de simulación, también se destaca como una herramienta útil para apoyar este proceso. Los autores proponen que los métodos de enseñanza-aprendizaje deben ser participativos, promoviendo el pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes. La estrategia metodológica sugerida busca enseñar a los estudiantes a construir modelos matemáticos, como también a interpretar y aplicar estos modelos de manera efectiva en su futura práctica profesional,

ayudándoles a desarrollar habilidades clave como la resolución de problemas, la investigación y la toma de decisiones fundamentadas.

La evaluación de las actividades de modelado matemático también es un tema central en la investigación de Lyon y Magana (2020). Tradicionalmente, la evaluación de los problemas de modelado en ingeniería ha sido un desafío, dado que estos problemas no tienen respuestas únicas o definitivas. La evaluación se ha basado en enfoques más tradicionales, como la corrección de errores en las soluciones matemáticas, lo que no siempre refleja la calidad del proceso de modelado ni la capacidad de los estudiantes para interpretar sus resultados de manera crítica. Los autores sugieren que la evaluación del modelado debe ser más flexible, permitiendo que los estudiantes justifiquen sus decisiones, reflexionen sobre las suposiciones que hicieron y evalúen la aplicabilidad de sus modelos. Para ello, proponen la implementación de rúbricas detalladas que no solo valoren la solución final, sino también el proceso de modelado, el razonamiento detrás de las decisiones tomadas y la calidad de la comunicación de los resultados.

Romo-Vázquez (2014) menciona que la modelación matemática permite que los estudiantes de ingeniería desarrollen habilidades de investigación. Esto se debe a que, en muchos casos, la creación de modelos requiere que los estudiantes investiguen sobre el fenómeno que están modelando, lo cual enriquece su comprensión del área de estudio y les permite aplicar sus conocimientos de manera innovadora. El autor resalta que la capacidad para investigar y adaptar modelos a nuevas condiciones es una competencia esencial en el contexto profesional, ya que los ingenieros frecuentemente deben modificar o ajustar modelos preexistentes para abordar nuevos problemas. Así mismo destaca la relevancia de integrar herramientas tecnológicas en la enseñanza de la modelación, dado que el uso de software de simulación y programas computacionales permite a los estudiantes trabajar con modelos más complejos y realizar simulaciones que serían difíciles de abordar manualmente. Este enfoque, facilita la resolución de problemas complejos y prepara a los estudiantes

para enfrentar desafíos profesionales en los que la tecnología juega un papel esencial.

Finalmente, Brito-Vallina et al. (2011) proponen que los métodos de enseñanza-aprendizaje deben ser participativos, promoviendo el pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes. La estrategia metodológica sugerida busca enseñar a los estudiantes a construir modelos matemáticos, interpretar y aplicar estos modelos de manera efectiva en su futura práctica profesional, ayudándoles a desarrollar habilidades clave como la resolución de problemas, la investigación y la toma de decisiones fundamentadas.

En síntesis, diversos estudios coinciden en que la modelación matemática es un componente indispensable en la formación de ingenieros, tanto por su utilidad técnica como por su potencial formativo. Según Mendible y Ortiz (2003), esta herramienta permite a los estudiantes integrar la teoría matemática con la práctica profesional, promoviendo el desarrollo de habilidades fundamentales como el pensamiento crítico, la creatividad y la toma de decisiones informadas. De manera complementaria, Romo-Vázquez (2014) destaca que la modelación no debe limitarse a una visión instrumental, se debe entender como un proceso integral que fomenta una comprensión profunda de las matemáticas y su aplicación a problemas reales, preparando a los futuros profesionales para actuar con flexibilidad, innovación y ética en contextos complejos.

Asimismo, los estudios revisados subrayan que la modelación matemática debe concebirse como un proceso cíclico, en el que la validación empírica y el ajuste continuo de modelos constituyen aprendizajes clave para los estudiantes. Esta capacidad para adaptar modelos en función de nuevos datos es considerada una competencia esencial en el ámbito profesional. En esta línea, se propone que la enseñanza de la modelación matemática contribuya al desempeño académico, así también al desarrollo de competencias transversales como la interpretación, la argumentación y la evaluación crítica de modelos.

No obstante, persisten desafíos importantes en cuanto a su implementación sistemática en los programas de formación. Lyon y Magana (2020) advierten que aún existen vacíos en la investigación respecto al impacto

del modelado en el aprendizaje a largo plazo, así como en la formación docente en esta área. En consecuencia, se propone que el modelado matemático sea asumido como una competencia transversal en toda la formación de ingeniería, lo cual implica una transformación curricular que integre progresivamente actividades de modelación en distintos niveles y asignaturas.

En definitiva, fortalecer el rol de la modelación matemática en la educación de ingenieros responde a exigencias técnicas del campo profesional y a la necesidad de formar profesionales capaces de enfrentar problemas complejos con rigurosidad científica, pensamiento crítico y compromiso ético.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

3.1 Introducción del capítulo

El presente capítulo tiene como finalidad describir detalladamente el diseño metodológico adoptado para la investigación, justificando las decisiones en relación con el enfoque, la unidad de análisis, la población y muestra seleccionada, así como los instrumentos utilizados para la recolección y análisis de los datos. Este estudio se enmarca en una perspectiva cualitativa, dado que busca comprender en profundidad el tránsito de los estudiantes por las distintas fases del ciclo de modelación matemática según Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019), a partir de la observación e interpretación de sus producciones, desempeños y discursos durante la resolución de problemas contextualizados en la asignatura de Máquinas Térmicas.

3.2 Planteamiento del Problema

En el capítulo anterior, se detalla que los estudiantes del área técnico-profesional presentan dificultades significativas en contenidos fundamentales de física y matemática. Esta situación impacta negativamente su desempeño en módulos formativos como Máquinas Térmicas, donde se requiere aplicar dichos conocimientos en contextos prácticos y reales. Frente a este escenario, se plantea la necesidad de indagar cómo los estudiantes enfrentan la resolución de problemas físico-matemáticos desde el enfoque de la modelación, considerando las fases del ciclo propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019) como la rúbrica planteada por Acebo y Rodríguez (2020). En este marco, el problema se centra en analizar el tránsito real de los estudiantes a través de las distintas etapas del ciclo de modelación, considerando tanto sus fortalezas como sus debilidades cognitivas y procedimentales.

3.3 Metodología

El enfoque metodológico adoptado en la presente investigación es de naturaleza cualitativa, de tipo interpretativo, ya que se orienta a comprender en profundidad los procesos de pensamiento, representación y toma de decisiones que emergen cuando los estudiantes enfrentan tareas de modelación matemática en contextos reales (Borromeo-Ferri, 2018).

En este sentido, el propósito del estudio no es medir el rendimiento de los estudiantes en términos de éxito o fracaso, su objetivo es describir, interpretar y comprender sus trayectorias individuales al resolver problemas físico-matemáticos, indagando en las estrategias que utilizan, las dificultades que enfrentan, los recursos cognitivos que movilizan y las representaciones mentales que construyen. Se busca así revelar patrones de comportamiento, estilos de modelación y diferencias en la apropiación del conocimiento, todo lo cual contribuirá a una comprensión más profunda del fenómeno educativo en cuestión (Stillman, Kaiser y Blomhøj, 2013).

De acuerdo con McMillan y Schumacher (2011), “la investigación educativa cualitativa es una indagación sistemática que se realiza en entornos naturales, usando métodos interactivos y múltiples formas de datos, con el propósito de construir una representación holística e interpretativa de la realidad vivida por los participantes” (p. 18). Esta definición resalta la rigurosidad del enfoque cualitativo, su carácter reflexivo y su orientación hacia la interpretación significativa de fenómenos complejos. En este marco, la investigación que se desarrolla se alinea con tales principios al buscar captar la experiencia educativa de los estudiantes desde su propia perspectiva, reconociendo la importancia del contexto técnico-profesional y las prácticas específicas del aula de Máquinas Térmicas.

Asimismo, el enfoque interpretativo adoptado se vincula con una postura constructivista, que considera que el conocimiento se construye activamente a partir de la experiencia, la reflexión y el diálogo con los otros. Por ello, los datos recolectados serán analizados como productos terminados y manifestaciones de un proceso dinámico en el que los estudiantes, los cuales dan sentido a las situaciones problemáticas mediante el tránsito por las etapas del ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019) como la rúbrica planteada por Acebo y Rodríguez (2020).

En resumen, este enfoque metodológico permite comprender la experiencia formativa desde una perspectiva cercana a los sujetos, reconociendo la diversidad de sus trayectorias, la complejidad de sus procesos de aprendizaje

y la importancia de sus contextos educativos. Esto resulta fundamental para enriquecer la comprensión sobre cómo se desarrolla la modelación matemática en estudiantes de formación técnica profesional, contribuyendo así al diseño de propuestas pedagógicas más pertinentes, contextualizadas y sensibles a las necesidades reales de los estudiantes.

3.3.1 Unidad de análisis

La unidad de análisis de esta investigación está constituida por las producciones realizadas por los estudiantes durante la resolución de problemas de modelación físico-matemática en el contexto del módulo de Máquinas Térmicas, correspondiente a la carrera de Mecánica Industrial del Centro de Formación Técnica de Lota. Estas producciones abarcan una amplia gama de manifestaciones, tales como representaciones gráficas, procedimientos matemáticos, argumentaciones, registros simbólicos y respuestas escritas.

Estas expresiones representan evidencias tangibles y procesuales del tránsito por las distintas fases del ciclo de modelación, permitiendo identificar estrategias cognitivas, errores conceptuales, decisiones heurísticas y formas de representación utilizadas por los estudiantes para enfrentar las tareas propuestas. Además, permiten analizar con mayor profundidad las dificultades o fortalezas que emergen en cada fase del ciclo propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019), tales como la comprensión del problema, la matematización, la interpretación y la validación de resultados.

La investigación se llevará a cabo con estudiantes que cursan la asignatura en jornada vespertina. Si bien el análisis intensivo se centrará en una muestra reducida y diversa, las producciones del grupo completo permitirán establecer patrones generales de desempeño y contextualizar los hallazgos cualitativos. Este enfoque posibilita integrar una mirada amplia y profunda sobre el fenómeno de estudio, enmarcado en un entorno técnico-profesional donde la articulación entre teoría, práctica y realidad laboral adquiere un papel formativo fundamental.

3.3.2 Población

La población está constituida por 23 estudiantes matriculados en la asignatura Máquinas Térmicas del segundo semestre de la carrera de Mecánica Industrial del Centro de Formación Técnica Lota-Arauco (CFTLA) en jornada vespertina.

3.3.3 Muestra

La muestra de esta investigación es de carácter intencionado y no probabilístico, está compuesta por seis estudiantes seleccionados del total que cursan la asignatura de Máquinas Térmicas en la carrera de Mecánica Industrial del Centro de Formación Técnica de Lota. La elección de los participantes se fundamenta en la lógica del muestreo cualitativo, que no busca representatividad estadística, sino profundizar en la comprensión del fenómeno desde la perspectiva de actores diversos y significativos (McMillan & Schumacher, 2011).

La selección se realizó considerando criterios de variabilidad en el desempeño académico previo, a fin de contar con estudiantes que presenten distintos niveles de logro en asignaturas clave como Matemática, Física y módulos técnicos anteriores. Este criterio permite explorar una diversidad de estrategias de modelación y trayectorias de aprendizaje, enriqueciendo el análisis del tránsito por las fases del ciclo de modelación.

En resumen, esta muestra intencionada permite abordar el objeto de estudio desde una perspectiva rica y contextualizada, en la que se puedan identificar perfiles de modeladores, patrones de pensamiento y dificultades recurrentes en el tránsito por las distintas etapas del ciclo propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019) en un entorno técnico profesional de formación.

3.3.4 Técnica e instrumentos de recolección de datos

La técnica principal utilizada para la recolección de datos en esta investigación es la resolución guiada de tareas de modelación físico-matemática, diseñadas específicamente para activar las distintas fases del ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019). Estas tareas constituyen instrumentos situados, contextualizados en escenarios

industriales reales, pertinentes para estudiantes de formación técnica en Mecánica Industrial.

Las actividades fueron elaboradas considerando fenómenos relacionados con gases, presión, temperatura y volumen, los cuales son parte del currículo del módulo Máquinas Térmicas. En total, se aplicaron cuatro problemas de modelación, cada uno diseñado para favorecer el tránsito por las etapas del ciclo: comprensión del contexto, simplificación, selección del modelo físico-matemático, resolución gráfica, interpretación de resultados y validación.

Cada tarea incluye preguntas abiertas que orientan al estudiante en su proceso reflexivo, permitiendo identificar sus razonamientos, dificultades conceptuales y estrategias de resolución. Los problemas abordan aplicaciones de la ley de Boyle, la ley de Charles, la ecuación de los gases ideales y el uso de la ecuación de Van der Waals, incluyendo preguntas explícitas sobre la coherencia del modelo utilizado, la interpretación física del resultado y su aplicabilidad práctica.

Las producciones son evaluadas mediante una rúbrica analítica diseñada a partir de los criterios establecidos por Acebo y Rodríguez (2020), adaptados al enfoque de Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019), la que se presenta en el Anexo 1. Esta rúbrica permitirá valorar de forma cualitativa y formativa la calidad de las respuestas de los estudiantes en cada una de las fases del ciclo, reconociendo niveles de logro alto, medio o bajo según coherencia, pertinencia, claridad conceptual y reflexividad.

La Tabla 3 presenta la rúbrica de revisión cualitativa de las producciones escritas de los estudiantes en la resolución de cuatro problemas contextualizados. Esta rúbrica se construye a partir de las etapas del ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019), incorporando criterios de evaluación alineados con Acebo y Rodríguez (2020), tales como la identificación de datos relevantes, la correcta formulación del modelo físico-matemático, el trabajo matemático, la interpretación contextual del resultado, la validación conceptual y la representación gráfica. Para cada problema se especifican las preguntas guía, las etapas del ciclo activadas y los

critérios observables, lo que permite analizar el tránsito de los estudiantes y su desempeño en cada fase del proceso de modelación.

Tabla 3.
Rúbrica de revisión de producciones de los estudiantes.

PROBLEMA 1	ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO
	Comprensión del problema real	¿Qué datos proporciona el problema?	Identificación de datos (Presión1, Volumen1, Presión2)
	Simplificación / estructuración del problema	¿Cuáles son las variables involucradas?	Reconocimiento de variables (Presión y Volumen)
	Matematización	¿Qué modelo físico permite calcular el oxígeno comprimido?	Ley física del modelo (Ley de Boyle)
	Trabajo matemático	¿Qué volumen ocupará el gas dentro del tanque a 5 atm?	Cálculo del volumen
	Interpretación	¿Qué significa el resultado en este contexto?	Interpretación contextual
	Validación	Si el tanque resiste un máximo de 2,5 L ¿Qué implicancias tiene esto para la seguridad del tanque?	Análisis de seguridad

PROBLEMA 2	ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO
	Comprensión del problema real	¿Cuáles son las variables involucradas en el problema?	Identificación de variables (Temperatura y Volumen)
	Simplificación / estructuración del problema	¿Qué variable(s) cambia y cuál(es) se mantiene constante?	Análisis del fenómeno real
	Matematización	¿Qué modelo físico se debe aplicar? Escribe la expresión matemática	Ley física del modelo (Ley de Charles)
	Trabajo matemático	¿Qué volumen alcanzará el gas, si la presión se mantiene constante?	Cálculo del volumen
	Interpretación	¿Qué indica este resultado?	Análisis del resultado
	Validación	¿Es coherente el resultado obtenido con la ley física?	Validación conceptual
	Representación	Construye un gráfico Temperatura v/s Volumen con los resultados obtenidos	Representación gráfica
	Interpretación/ Validación del modelo	A partir del gráfico ¿qué puedes concluir?	Análisis gráfico

PROBLEMA 3	ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO
	Comprensión del problema	¿Cuáles son los datos relevantes para resolver el problema?	Identificación de datos (Temperatura1, Temperatura2, Volumen, número de moles)
	Matematización	¿Qué modelo físico permite calcular la presión del propano?	Ley física del modelo (Ecuación de los gases ideales)
	Trabajo matemático	¿Qué presión alcanzará el gas si se calienta a 35 °C?	Cálculo de presión
	Interpretación	¿Qué indica la presión obtenida?	Interpretación contextual
Validación	¿Cuál es la relación entre la presión y la temperatura?	Análisis conceptual	

PROBLEMA 4	ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO
	Comprensión del problema	¿Cuáles son los datos proporcionados en el problema?	Reconocimiento de datos (Presión, Volumen, moles Temperatura, constantes a y b)
	Evaluación del modelo previo	¿Por qué no sirve el modelo ideal en este caso?	Reconocimiento de condiciones físicas no ideales
	Matematización	¿Qué modelos se deben comparar?	Comparación teórica
	Trabajo matemático	Calcule la presión utilizando ambas ecuaciones.	Resolución matemática
	Interpretación / Evaluación	¿Qué puede concluir a partir de los cálculos realizados?	Comparación de modelos
	Validación	¿Cuál modelo se ajusta mejor a la realidad?	Validación conceptual
	Validación	¿Es coherente el resultado obtenido con la ley física?	Validación conceptual
	Refinamiento del modelo	Calcule el valor de la constante b	Cálculo matemático
	Interpretación contextual	¿Con cuál gas es más probable que se haya trabajado?	Identificación del gas

Nota: Elaboración propia.

3.4 Pregunta de Investigación

¿Cómo transitan en las distintas fases de modelación los estudiantes de la asignatura Máquinas Térmicas de la carrera de Mecánica Industrial del Centro de Formación Técnica de Lota?

3.5 Objetivos de Investigación

Objetivo general: Analizar el tránsito en las distintas etapas del ciclo de modelación matemática que emergen en el desarrollo de problemas físico-matemáticos en estudiantes de la asignatura Máquinas Térmicas a fin de determinar perfiles de modeladores.

Objetivos específicos:

1. Identificar fortalezas y debilidades de los estudiantes de la asignatura Máquinas Térmicas en la resolución de problemas de modelación físico-matemático, según las etapas del ciclo de modelación de Borromeo-Ferri y Valenzuela & Mena, a fin de comprender el contexto y las áreas de mejora en ellos.

2. Describir el tránsito de los estudiantes a través de las distintas etapas del ciclo de modelación físico-matemático según Borromeo-Ferri y Valenzuela &

Mena, con el fin de comprender en profundidad cómo se desarrollan estas competencias en un contexto técnico-profesional.

3. Comparar las producciones de los estudiantes de la asignatura Máquinas Térmicas en la resolución de problemas de modelación físico-matemático, con el propósito de determinar diferencias y similitudes en el abordaje de las situaciones problemáticas.

3.6 Fases de investigación

El desarrollo del presente estudio se estructuró en seis fases secuenciales que permiten abordar de manera sistemática el fenómeno investigado. Cada una responde a una lógica metodológica coherente con el enfoque cualitativo adoptado, articulando elementos teóricos y prácticos para garantizar profundidad analítica. Esta organización se sustenta en McMillan y Schumacher (2011), quienes proponen que la investigación cualitativa debe considerar fases integradas como la conceptualización del problema, el diseño del estudio, la recolección de datos en contextos reales, el análisis inductivo de la información y la interpretación de resultados, en un proceso flexible y continuo.

Etapas 1: Idea de investigación

El punto de partida del estudio fue la identificación de una problemática recurrente en el proceso de aprendizaje de estudiantes de Mecánica Industrial, específicamente en su tránsito por las etapas del ciclo de modelación matemática al enfrentar problemas físico-matemáticos contextualizados. Esta inquietud surgió tanto de la observación de prácticas pedagógicas por parte de uno de los investigadores como de la revisión teórica sobre las dificultades en la aplicación de modelos en contextos técnicos. A partir de esta reflexión, se formuló la pregunta de investigación y se definió el propósito central del estudio.

Etapas 2: Análisis previo

Con la problemática definida, se dio paso a una fase diagnóstica orientada a comprender el contexto educativo y académico. Se analizaron antecedentes institucionales, se revisaron los contenidos curriculares del módulo de Máquinas Térmicas y se aplicaron evaluaciones diagnósticas en física para identificar brechas conceptuales. Esta etapa permitió establecer una línea base y

seleccionar intencionadamente a los estudiantes participantes, atendiendo a criterios de diversidad y compromiso con el proceso investigativo.

Etapas 3: Análisis de las trayectorias de estudiantes

A partir de los resultados del diagnóstico inicial, se diseñaron problemas de modelación contextualizados que reflejan situaciones reales del ámbito técnico-industrial. Estas tareas buscan activar conocimientos previos y favorecer el tránsito por el ciclo de modelación matemática. Cada problema fue sometido a un análisis didáctico a priori, considerando las fases propuestas por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019), anticipando rutas posibles de solución, obstáculos conceptuales y formas de representación que pudieran emerger.

Etapas 4: Diseño de instrumento

Con las tareas definidas, se elaboró un instrumento de evaluación compuesto por una rúbrica analítica y preguntas abiertas, diseñadas para explorar en profundidad el tránsito de los estudiantes por las distintas fases del ciclo de modelación. Esta herramienta, fundamentada en Acebo y Rodríguez (2020), permite valorar cualitativamente aspectos como la coherencia de los modelos, la claridad de los procedimientos y la reflexividad del pensamiento matemático. Se buscó así garantizar una mirada comprensiva del proceso modelador.

Etapas 5: Aplicación del instrumento

Una vez diseñado el instrumento, se procedió a su implementación en el aula bajo condiciones controladas. Los estudiantes resolvieron individualmente las tareas durante sesiones presenciales, y se recolectaron todas las producciones escritas generadas. Esta fase fue clave, pues permitió observar en tiempo real las estrategias y decisiones tomadas por los estudiantes, y seleccionar los seis casos que serían objeto de análisis detallado.

Etapas 6: Análisis de los datos

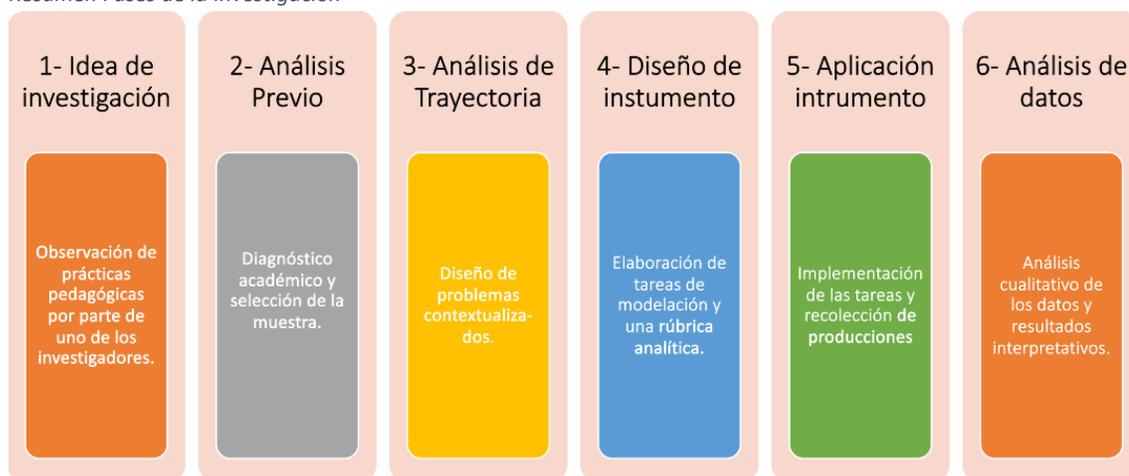
Con los datos recopilados, se realizó un análisis cualitativo basado en codificación abierta y categorización emergente. Se trianguló la información proveniente de las producciones escritas, lo que permitió construir perfiles de modeladores, identificar dificultades cognitivas, examinar el uso del lenguaje

técnico-matemático y evaluar el grado de validación alcanzado. Los resultados interpretativos se presentan en el capítulo siguiente, junto con sus implicancias pedagógicas para la enseñanza técnico-profesional.

La Figura 14 presenta de manera secuencial las seis fases metodológicas de la investigación cualitativa centrada en el estudio de prácticas pedagógicas y procesos de modelación matemática. Cada fase está representada por una columna que incluye un título y una breve descripción de las acciones realizadas en ese momento del proceso investigativo.

Figura 14.

Resumen Fases de la Investigación



Nota: Elaboración propia.

3.7 Cuidados éticos

El desarrollo de esta investigación se ha guiado por principios éticos fundamentales que aseguran el respeto, la dignidad y la integridad de los participantes.

En primer lugar, se garantiza el consentimiento informado de todos los estudiantes participantes. Se les explica en detalle el propósito de la investigación, la naturaleza voluntaria de su participación, el uso de los datos recolectados y su derecho a retirarse del estudio en cualquier momento sin consecuencias negativas. Cada participante firma un documento de consentimiento informado, previamente autorizado por la coordinación académica del establecimiento.

Se resguarda en todo momento la confidencialidad y el anonimato de los participantes. Los nombres reales de los estudiantes fueron reemplazados con

códigos alfabéticos durante la sistematización y análisis de datos, con el fin de proteger su identidad.

Otro cuidado ético relevante fue el respeto al principio de no maleficencia, procurando que la participación en el estudio no implicara ningún tipo de daño físico, emocional o académico para los estudiantes. Las actividades de modelación se integraron al desarrollo normal de la asignatura, evitando generar sobrecarga o situaciones de presión indebida.

Finalmente, se solicita autorización formal al Centro de Formación Técnica para la realización del estudio, así como para el uso de datos institucionales como notas, informes y registros académicos, garantizando su uso exclusivo para fines de investigación educativa.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS Y/O RESULTADOS

4.1 Introducción del capítulo

El presente capítulo está dedicado al análisis cualitativo de los resultados obtenidos en la investigación sobre el tránsito de los estudiantes de Mecánica Industrial por las distintas etapas del ciclo de modelación matemática, en el contexto del módulo de Máquinas Térmicas. Este análisis se realiza desde una perspectiva interpretativa, se basa en la observación y sistematización de las producciones escritas y los desempeños de seis estudiantes seleccionados. La información fue categorizada en función de las seis etapas del ciclo de modelación propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y adaptado del análisis de Valenzuela & Mena (2019).

4.2 Eficacia y pertinencia de la metodología empleada

La metodología utilizada, basada en tareas contextualizadas de modelación y en la evaluación mediante una rúbrica alineada con las etapas del ciclo de modelación de Borromeo-Ferri (2006) y propuesto de Valenzuela & Mena (2019), resultó en general efectiva y pertinente para observar el tránsito de los estudiantes por dichas etapas. Al adoptar un enfoque cualitativo interpretativo, centrado en la observación de producciones escritas y desempeños, se logró sistematizar la evidencia de cómo los estudiantes progresan (o se estancan) en cada fase del ciclo de modelación matemática. En particular, el instrumento de rúbrica, con criterios específicos para comprensión del problema, estructuración, matematización, trabajo matemático, interpretación y validación, permitió identificar con claridad el nivel de logro (Nivel 0: sin evidencia, Nivel 1: parcial, Nivel 2: competente) en cada etapa para cada estudiante y por cada problema contextualizado. Esto proporciona una mirada detallada y objetiva del proceso de modelación, más allá del simple resultado final, haciendo visible qué fases del ciclo fueron robustamente alcanzadas y cuáles presentaron dificultades.

La pertinencia de esta metodología radica en que se alinea con la naturaleza cíclica y dinámica de la modelación. Las tareas contextualizadas estimularon a los estudiantes a recorrer las distintas etapas (desde comprender el fenómeno hasta validar el modelo), mientras que la rúbrica hizo posible

observar ese recorrido de forma estructurada. En general, los resultados sugieren que la metodología fue capaz de evidenciar tendencias claras de aprendizaje, identificando patrones comunes en el grupo.

4.3 Resultados generales por etapa del ciclo de modelación

Los resultados se presentan de acuerdo con la frecuencia y profundidad con que los estudiantes transitan por cada etapa del ciclo. A partir del análisis de las evidencias recolectadas, se identificaron patrones comunes de comportamiento, dificultades recurrentes y momentos de logro significativo.

En la Tabla 4 se presentan los porcentajes de logro alcanzados por los estudiantes en cada etapa del ciclo de modelación, clasificados en tres niveles: Nivel 0 (sin evidencia de logro), Nivel 1 (logro parcial) y Nivel 2 (logro competente).

Tabla 4.

Distribución porcentual de los niveles de logro por etapa del ciclo de modelación.

Etapa	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2
Comprensión del problema	33%	50%	17%
Estructuración/Simplificación	17%	67%	16%
Matematización	17%	33%	50%
Trabajo matemático	0%	33%	67%
Interpretación contextual	50%	33%	17%
Validación del modelo	67%	17%	16%

Nota: Elaboración propia.

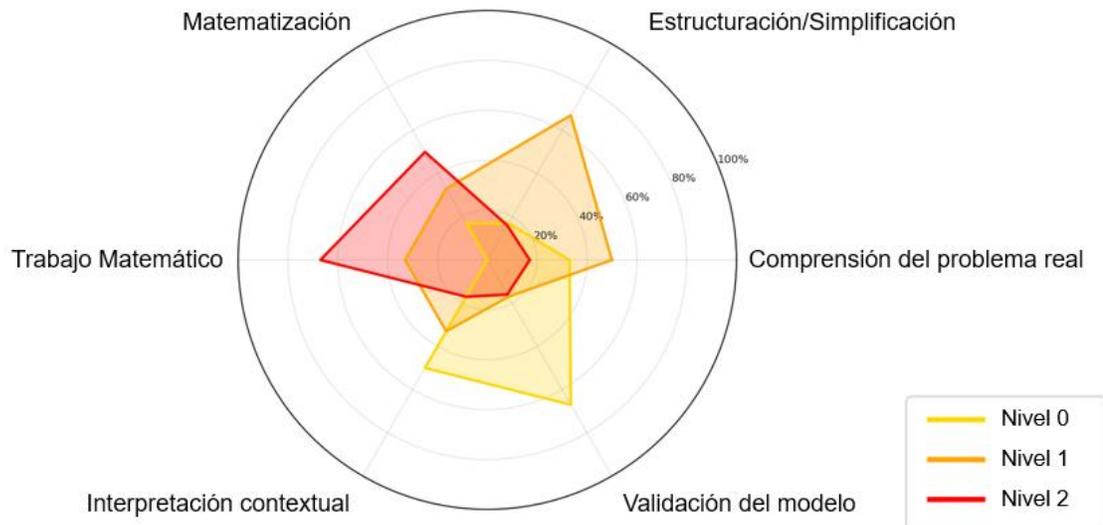
El comportamiento general del grupo evidencia una tendencia clara: mientras las fases asociadas a la manipulación formal (matematización y cálculo) presentan mayores niveles de logro, las etapas iniciales (comprensión, estructuración) y finales (interpretación, validación) reflejan debilidades significativas. Esto sugiere un modelo de aprendizaje más orientado a la ejecución algorítmica que al razonamiento interpretativo o a la transferencia contextual.

La Figura 15 representa gráficamente la distribución porcentual de los niveles de logro alcanzados por los estudiantes en cada una de las seis etapas del ciclo de modelación física-matemática propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019). En el gráfico, los colores representan niveles de logro en el ciclo de modelación matemática: amarillo para el Nivel 0 (sin evidencia

de logro), naranja para el Nivel 1 (logro parcial) y rojo para el Nivel 2 (logro competente). Esta simbología permite visualizar de forma clara el grado de avance de los estudiantes en cada etapa del proceso.

Figura 15.

Distribución porcentual de niveles de logro por etapa del ciclo de modelación.



Nota: Elaboración propia

En suma, el patrón emergente indica que el grupo de estudiantes tiende a dominar las fases operativas del ciclo de modelación, pero tropieza en las fases interpretativas y críticas. Este fenómeno es consistente con la literatura en educación técnico-profesional, que reporta fortalezas en la resolución de procedimientos, pero dificultades en la interpretación y validación de modelos matemáticos en contextos reales (Plaza, 2017; Lyon & Magana, 2020).

4.4 Análisis e interpretación por etapas

4.4.1 Comprensión del problema

En esta fase, los estudiantes deben identificar los datos proporcionados y el contexto general del problema. Los resultados muestran que un tercio de los participantes no logra identificar los elementos clave del enunciado (Nivel 0), mientras que la mitad evidenció solo una comprensión parcial al recoger algunos datos, pero omitir otros. La minoría de los estudiantes logra una comprensión completa, integrando todos los datos relevantes. De hecho, se detectó una confusión recurrente entre datos y variables; por ejemplo, varios estudiantes no

diferenciaron entre la magnitud de presión y la de volumen, llegando a confundir sus unidades. Este patrón sugiere dificultades en la lectura e interpretación inicial del problema. Como consecuencia, la etapa de comprensión se perfila como un eslabón débil donde muchos estudiantes no sentaron bases firmes para el resto del ciclo.

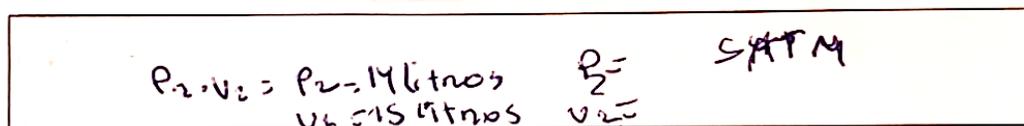
- **Logros generales:** la mayoría de los estudiantes identificó parcialmente los datos (Nivel 1), especialmente en el primer problema.
- **Debilidad recurrente:** en algunos casos, los estudiantes no distinguieron correctamente entre datos y variables (confusión entre Volumen y Presión).
- **Interpretación:** a nivel cualitativo, se evidencia una dificultad para vincular la información del enunciado con los elementos clave del problema físico.

La Figura 16 presenta un ejemplo de las producciones de los estudiantes es el siguiente:

Figura 16.

Producción estudiante A en Problema 1.

¿Qué datos proporciona el problema?



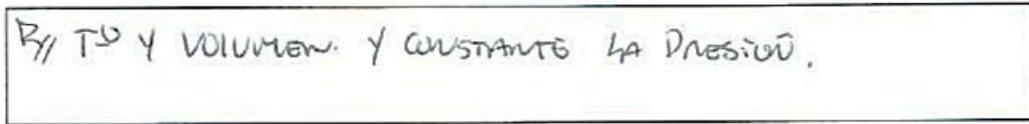
En esta producción se observa que el estudiante intenta aplicar la Ley de Boyle. No obstante, comete errores fundamentales en la representación y asignación de los datos. El estudiante confunde las unidades y magnitudes, lo que indica que ha confundido presión con volumen, asignando unidades de volumen (litros) a lo que debería ser presión (atmósferas).

Otro ejemplo de producción se detalla en la Figura 17, con el fin de profundizar en el análisis cualitativo del tránsito de los estudiantes por la primera etapa del ciclo de modelación:

Figura 17.

Producción estudiante D en Problema 3.

¿Cuáles son los datos proporcionados en el problema?



R// T° y VOLUMEN. Y CONSTANTE LA PRESIÓN.

En la producción analizada, ante la pregunta “¿Cuáles son los datos proporcionados en el problema?”, el estudiante responde: “T° y volumen y constante la presión. Desde un enfoque cualitativo, esta respuesta revela una comprensión parcial del enunciado, en la medida en que se identifican algunas magnitudes relevantes (temperatura, volumen y presión), pero de forma ambigua y desestructurada. No se mencionan valores específicos ni se expresan correctamente las unidades físicas, lo cual dificulta distinguir si el estudiante realmente comprendió qué datos concretos se entregaban y cuál es su función dentro del modelo físico.

Además, la expresión “constante la presión” parece hacer alusión a una condición del sistema, más que a un dato numérico proporcionado, lo que sugiere una confusión entre condiciones del problema y variables físicas. Esta falta de precisión indica que el estudiante no ha estructurado adecuadamente la información del enunciado y probablemente no distingue entre datos, incógnitas y supuestos físicos, lo cual debilita las fases iniciales del ciclo de modelación.

Este hallazgo es consistente con lo propuesto por Soto y Yogui (2020), quienes afirman que una de las principales dificultades en estudiantes de formación técnica es la comprensión lectora de enunciados complejos, lo que afecta el abordaje inicial del problema. Esto sugiere la necesidad de diseñar tareas que incluyan una etapa de lectura guiada o un trabajo colaborativo inicial para fortalecer la comprensión compartida del problema.

4.4.2 Estructuración y simplificación del problema

En esta segunda fase se evidencia una leve mejora relativa, aunque predomina todavía un desempeño incompleto. La mayoría de los estudiantes fue capaz de identificar al menos una variable relevante e intuir alguna relación básica entre las magnitudes del problema, lo que corresponde a un logro parcial

(Nivel 1). Sin embargo, en muchos casos esa estructuración resultó incompleta o poco fundamentada y solo una minoría de los estudiantes logró establecer relaciones claras entre las variables con una simplificación adecuada del sistema (Nivel 2). Un patrón observado fue que casi todos reconocieron al menos una de las variables principales en juego (por ejemplo, presión o volumen), especialmente en los primeros problemas planteados. No obstante, persistieron dificultades para articular un modelo simplificado coherente, dado que algunos no identificaron qué variables eran constantes y cuáles cambiaban en situaciones que involucraban temperatura (como al aplicar la Ley de Charles o la ecuación de gases ideales). Esta etapa actuó, en muchos sentidos, como un filtro cognitivo, quien no logró una buena estructuración tuvo luego problemas en fases posteriores. El patrón general indica que la mayoría se quedó en una identificación superficial de variables, sin llegar a una comprensión estructural profunda del fenómeno.

- **Fortalezas observadas:** la mayoría logra reconocer al menos una variable por problema, especialmente en los problemas 1 y 2.
- **Dificultades persistentes:** algunos estudiantes no identificaron claramente qué variables cambian y cuáles se mantienen constantes en problemas dependientes de temperatura (Charles y Gases ideales).
- **Interpretación:** Esta etapa representa un filtro cognitivo importante, donde se pone en juego la comprensión conceptual y la lectura literal del problema.

A continuación, la Figura 18 presenta una muestra del trabajo realizado por un estudiante:

Figura 18.
Producción estudiante F en Problema 1.

¿Cuáles son las variables involucradas en el problema?

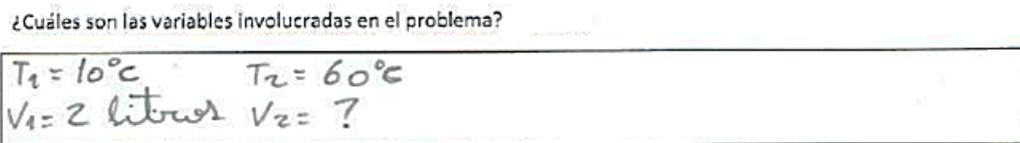
$V_1 = 2L$	$V_2 =$	$T_1 = 10^\circ C + 273 = 283$
$T_1 = 10^\circ C$	$T_2 = 60^\circ C$	$T_2 = 60^\circ C + 273 = 333$

Este desempeño sugiere que el estudiante opera desde una lógica mecánica y fragmentada, centrada en recordar ciertos pasos (como la conversión de Celsius a Kelvin), pero sin una comprensión plena del fenómeno físico ni del propósito de la modelación.

La Figura 19 presenta un nuevo ejemplo que permite analizar el nivel de comprensión alcanzado por el estudiante frente al problema planteado:

Figura 19.

Producción estudiante C en Problema 2.



Ante la consigna “¿Cuáles son las variables involucradas en el problema?”, el estudiante presenta los datos iniciales para resolver el problema. Si bien estos datos corresponden a magnitudes físicas propias del modelo (temperatura y volumen), la respuesta no cumple con el objetivo de la pregunta, ya que el estudiante se limita a copiar los valores numéricos entregados en el enunciado, sin realizar una identificación explícita y reflexiva de las variables que estructuran el fenómeno.

Desde una perspectiva cualitativa, esta respuesta revela que el estudiante confunde datos con variables: no distingue entre los valores particulares entregados para el caso (datos) y las magnitudes generales (variables) que intervienen en la ley física a modelar. La omisión del nombre del modelo, de las relaciones entre las variables y de su función (independiente o dependiente) refuerza la idea de que la fase de comprensión y estructuración del problema no ha sido consolidada.

Esta omisión también ha sido abordada por Soto y Yogui (2020), quienes explican que las dificultades de comprensión lectora en estudiantes técnico-profesionales impactan negativamente en su capacidad para abstraer las variables clave de un problema contextualizado. Además, tal como lo advierte Plaza (2017), la dificultad en esta etapa puede estar relacionada con una formación previa centrada en el uso mecánico de fórmulas, sin una comprensión

profunda de los sistemas modelados, por lo que el autor sugiere que la falta de familiaridad con tareas contextualizadas puede limitar la capacidad de los estudiantes para abstraer elementos esenciales y discriminar datos irrelevantes.

4.4.3 Matematización

En la tercera etapa se evidencia una mejora considerable en el desempeño. La mitad de los estudiantes consiguió traducir correctamente el modelo físico simplificado a una expresión matemática apropiada (es decir, formular la ecuación o ley física correspondiente). Mientras que, la minoría dos de ellos no logró realizar esta transición del mundo real al mundo matemático, quedando el resto en algún punto intermedio con logros parciales. Un dato interesante es que prácticamente todos los estudiantes escribieron alguna fórmula matemática relacionada, incluso cuando su comprensión conceptual era limitada. Esto refleja que poseen un dominio aceptable del lenguaje algebraico de la física, probablemente fruto de una enseñanza tradicional centrada en el aprendizaje de fórmulas y leyes. Sin embargo, también emergió una tendencia, muchos omitieron mencionar el nombre o significado del modelo físico que estaban aplicando (por ejemplo, escribían la fórmula, pero sin decir explícitamente a qué ley física estaba asociada). Este patrón sugiere un cierto desfase entre el saber teórico conceptual y su formalización matemática, los estudiantes pueden manipular fórmulas, pero no siempre articulan la base conceptual de esas fórmulas. En resumen, la matematización fue una etapa de fortaleza relativa para el grupo, evidenciando sus habilidades algebraicas, aunque con indicios de comprensión teórica superficial en algunos casos.

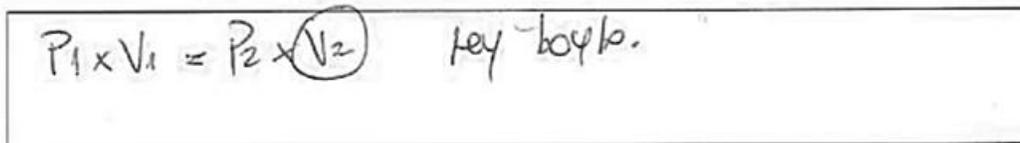
- **Tendencia dominante:** todos los estudiantes lograron escribir correctamente la fórmula sin omitir el nombre del modelo físico (Boyle, Charles o Van der Waals).
- **Interpretación:** esta etapa evidencia el desfase entre saber teórico y su formalización matemática.

Seguidamente se expone una evidencia representativa de la producción elaborada por un estudiante en la Figura 20:

Figura 20.

Producción estudiante B en Problema 1.

¿Qué modelo físico permite calcular el oxígeno comprimido? Escribe la expresión matemática.



The image shows a rectangular box containing a handwritten mathematical equation and text. The equation is $P_1 \times V_1 = P_2 \times V_2$, where the V_2 term is circled. To the right of the equation, the words "Ley Boyle." are written in cursive.

En esta producción, el estudiante responde correctamente a la consigna “¿Qué modelo físico permite calcular el oxígeno comprimido? Escribe la expresión matemática” al presentar la fórmula y al identificarla explícitamente como la Ley de Boyle.

Desde un enfoque cualitativo, esta producción evidencia un adecuado tránsito por la etapa de matematización. Primero, el estudiante reconoce el modelo físico pertinente para la situación descrita (compresión de gases). Segundo, utiliza correctamente el lenguaje algebraico para representar la relación inversa entre presión y volumen. Finalmente, vincula la expresión simbólica con su denominación conceptual (“ley de Boyle”), lo que demuestra una comprensión integrada entre la teoría física y su formalización matemática.

Este desempeño refleja un nivel intermedio a avanzado dentro del proceso de modelación, ya que no solo hay dominio mecánico de la fórmula, sino que también conciencia del modelo que representa. Según Borromeo-Ferri (2006), este tipo de respuesta muestra que el estudiante ha superado el nivel de aplicación instrumental y comienza a consolidar un pensamiento estructurado, donde el modelo es entendido como un puente entre el mundo real y el lenguaje matemático. Además, en línea con Lyon y Magaña (2020), este caso ilustra que, cuando se proporcionan contextos claros y guiados, los estudiantes son capaces de seleccionar y aplicar modelos físicos coherentes, evidenciando una apropiación significativa del conocimiento matemático con sentido aplicado.

4.4.4 Trabajo matemático

Corresponde a la fase de desarrollo y cálculo matemático, fue la etapa de mayor logro del ciclo. La mayoría de las evaluaciones alcanzó el Nivel 2 (logro competente) en esta fase, evidenciando que la mayoría de los estudiantes domina las operaciones y cálculos necesarios. En concreto, mostraron habilidad

para sustituir valores en las ecuaciones, despejar incógnitas y efectuar cálculos numéricos, incluyendo conversiones de unidades y manejo de constantes físicas, sin mayores complejidades. Esta capacidad refleja un aprendizaje algorítmico consolidado y es considerada una fortaleza del perfil técnico de los estudiantes. No obstante, aun dentro de esta fase altamente lograda, se detectaron errores puntuales que ilustran áreas de mejora, por ejemplo, la conversión de grados Celsius a Kelvin (necesaria en problemas de gases) fue un error recurrente para algunos alumnos. Asimismo, cuando se requirió representar resultados de forma gráfica (relacionar temperatura y volumen en un eje cartesiano), la mayoría fue capaz de elaborar gráficos, pero algunos invirtieron los ejes o cometieron errores de rotulación. Un caso observado fue el de un estudiante que, al graficar la Ley de Charles, puso el volumen en el eje horizontal y la temperatura en el vertical, distorsionando la representación de la relación funcional esperada. Estos detalles reflejan pequeñas deficiencias en la precisión técnica y en la interpretación gráfica, si bien no opacan el hecho de que, en términos de cálculo puro, los estudiantes se desempeñaron sólidamente en esta etapa.

- **Logro mayoritario:** en problemas más directos (1 y 3), los estudiantes realizaron sustituciones correctas. La transformación de unidades (como convertir grados Celsius a Kelvin) fue un error común en algunos casos.
- **Gráficos:** la mayoría presentó gráficos, aunque algunos con ejes invertidos.
- **Interpretación:** hay un manejo operacional básico aceptable, pero deficiencias en la precisión técnica y representación gráfica.

La Figura 21 presenta una producción estudiantil que evidencia una fortaleza destacable en la fase de trabajo matemático dentro del ciclo de modelación físico-matemática.

Figura 21.

Producción estudiante E en Problema 3.

¿Qué presión alcanzará el gas si se calienta a 35 °C?

$$P = \frac{m \cdot R \cdot T}{V} = P = \frac{0,5 \cdot 0,082 \cdot 308}{10}$$
$$P = 1,26$$

Desde una mirada cualitativa, esta producción evidencia un trabajo matemático riguroso y coherente, que se desarrolla dentro de un marco de comprensión operativa sólida. El estudiante maneja con propiedad el modelo físico-matemático, realiza la sustitución de valores numéricos sin errores aparentes, y comprueba implícitamente que el resultado obtenido es compatible con la situación descrita.

Según Borromeo-Ferri (2006), esta producción corresponde a un tránsito exitoso por la fase de trabajo matemático dentro del ciclo de modelación, en la cual el estudiante traduce correctamente el fenómeno físico a una expresión algebraica y opera sobre ella con precisión. Este tipo de desempeño evidencia un dominio algorítmico, una adecuada organización de los datos, uso apropiado de unidades y una aplicación contextualizada del modelo.

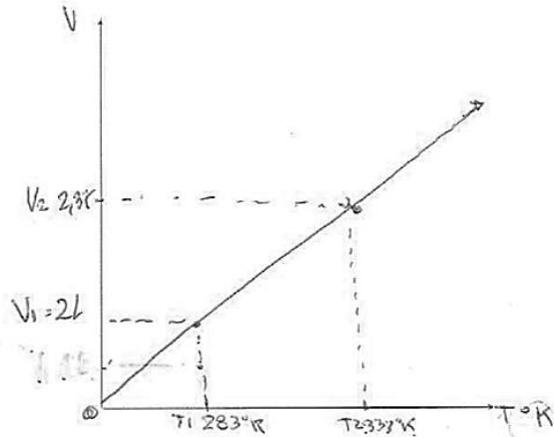
Además, en términos de competencias técnicas, esta evidencia se alinea con lo planteado por Lyon y Magaña (2020), quienes destacan que una de las fortalezas de los estudiantes técnico-profesionales radica en su capacidad para realizar cálculos cuando el modelo y los datos están claramente definidos. Este caso confirma que, en contextos de baja ambigüedad, los estudiantes pueden aplicar correctamente el modelo ideal de gases, siempre que hayan adquirido los fundamentos algebraicos y termodinámicos necesarios.

La Figura 22 corresponde a una producción estudiantil en la que se solicitó construir un gráfico Temperatura vs. Volumen a partir de los resultados obtenidos al aplicar la Ley de Charles.

Figura 22.

Producción estudiante A en Problema 2.

Construye un gráfico Temperatura v/s Volumen con los resultados obtenidos.



Este resultado se alinea con lo señalado por Lyon y Magaña (2020), quienes afirman que el uso de representaciones gráficas facilita la comprensión conceptual del modelo, como también permite validar si la relación entre las variables se corresponde con lo que predice la teoría.

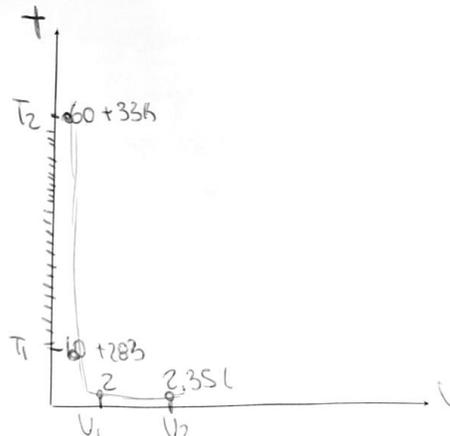
Además, en términos pedagógicos, esta producción representa una evidencia positiva de que el estudiante no se limita al cálculo numérico, dado que logra integrar los datos, la teoría y la representación visual, fortaleciendo así su tránsito en el proceso de modelación

A diferencia del ejemplo anterior, la Figura 23 refleja un abordaje erróneo del gráfico, lo que permite analizar las debilidades en esta fase del ciclo de modelación.

Figura 23.

Producción estudiante C en Problema 2.

Construye un gráfico Temperatura v/s Volumen con los resultados obtenidos.



El estudiante representa la relación entre temperatura y volumen (Ley de Charles), pero invierte los ejes: ubica el volumen en el eje horizontal y la temperatura en el eje vertical, cuando debiera ser al revés (Temperatura en el eje X e Volumen en el eje Y). El error distorsiona la relación directa esperada entre ambas variables y revela una debilidad en la interpretación gráfica del modelo físico.

Este tipo de error es coherente con lo planteado por Plaza (2017), quien sostiene que la falta de familiaridad con tareas contextualizadas y con representaciones gráficas significativas puede dificultar en los estudiantes la correcta abstracción de relaciones funcionales entre variables.

4.4.5 Interpretación contextual

Tras obtener resultados matemáticos, se esperaba que los estudiantes “volvieron” al contexto real para explicar el significado de esos valores. Esta etapa resultó ser nuevamente crítica y llena de dificultades. La mitad de los estudiantes no logró articular una explicación sobre el significado de los resultados obtenidos ni supo vincularlos adecuadamente con la situación real planteada (Nivel 0). En tan solo dos de las respuestas mostró una interpretación coherente relacionando los valores calculados con las condiciones físicas del problema (Nivel 2). Fue común que las explicaciones se quedaran en enunciados generales o triviales, por ejemplo: “aumenta el volumen” o “disminuye la presión”, sin ninguna justificación basada en la ley física aplicada ni conexión explícita con el contexto. Pocos estudiantes lograron, por iniciativa propia, reflexionar sobre la utilidad o implicancia real de sus resultados (mencionar la importancia de comprimir un gas para almacenarlo o el riesgo de ciertas presiones en un tanque). En síntesis, el nivel de logro en interpretación fue bajo, evidenciando que a muchos les cuesta dar sentido a los números obtenidos y transferir el resultado matemático de vuelta al mundo real. Este es un hallazgo consistente con la literatura, que señala que la fase de interpretación (o “retorno al contexto”) suele ser de las más difíciles de alcanzar para los estudiantes de ingeniería y técnicas, como también de las menos enfatizadas por los docentes.

- **Observaciones clave:** las respuestas a menudo se limitaron a descripciones generales (“aumenta el volumen”, “disminuye la presión”) sin justificar desde la ley física aplicada. Solo algunos estudiantes lograron vincular el resultado con una reflexión contextual, como la utilidad de la compresión del gas o el riesgo físico en un tanque presurizado.
- **Interpretación:** esta etapa requiere habilidades de transferencia entre modelos abstractos y contexto real, las cuales están en desarrollo.

A continuación, la Figura 24 presenta una evidencia representativa del proceso de producción desarrollado por un estudiante:

Figura 24.

Producción estudiante B en Problema 3.

¿Qué indica la presión obtenida?

INDICA LA LEY DE GASES IDEALES.

Ante la pregunta “¿Qué indica la presión obtenida?”, el estudiante responde escuetamente: “Indica la ley de gases ideales”. Esta respuesta es ambigua y poco reflexiva, ya que no interpreta el valor obtenido ni lo vincula con el contexto físico del problema, lo que evidencia una dificultad para retornar al significado real del resultado matemático.

La Figura 25 corresponde a una producción estudiantil con una interpretación incompleta en el ciclo de modelación físico-matemática:

Figura 25.

Producción estudiante F en Problema 2.

A partir del gráfico ¿qué puedes concluir?

que la Temperatura aumento manteniendo su Presión constante y su Volumen aumento a 2.35 L

Aunque la afirmación es parcialmente correcta en términos descriptivos, desde una perspectiva cualitativa esta producción revela una limitación en la fase de interpretación del modelo. Si bien el estudiante identifica adecuadamente el

comportamiento de las variables (temperatura y volumen) y menciona que la presión permanece constante, no establece explícitamente la relación funcional entre ellas, es decir, la proporcionalidad directa o la tendencia lineal observada en el gráfico.

Según Valenzuela y Mena (2019), la interpretación no debe concebirse como una etapa final o aislada del ciclo de modelación, más bien es un proceso transversal que debe estar presente en todas las fases, desde la lectura del problema hasta la validación del modelo. En este caso, la respuesta del estudiante refleja que la fase de interpretación fue abordada de manera superficial, sin evidenciar una reflexión crítica sobre la relación funcional que el gráfico representa. Por lo tanto, esta producción da cuenta de una fase de interpretación presente, pero débilmente desarrollada, lo que se alinea con lo advertido por los autores respecto a las limitaciones de una enseñanza que separa artificialmente el cálculo, el gráfico y la interpretación, cuando en realidad estas dimensiones deberían estar integradas para construir una comprensión más completa del fenómeno físico.

En línea con Plaza (2017), esta dificultad puede asociarse a una formación centrada en el uso de fórmulas, donde la lectura de gráficos no es trabajada como una oportunidad para inferir relaciones generales entre magnitudes. De igual forma, Huincahue (2015) sostiene que la fase de interpretación contextual requiere que los estudiantes sean capaces de relacionar el comportamiento visual con el modelo conceptual, algo que no ocurre completamente en esta producción. Por tanto, aunque el estudiante muestra una comprensión básica del fenómeno (aumento de temperatura y volumen), no logra identificar la ley general que se está validando gráficamente. Esta interpretación incompleta limita el retorno al contexto, ya que no permite reconocer la utilidad del gráfico como instrumento de generalización y verificación del modelo físico-matemático.

4.3.6 Validación del modelo

La última etapa del ciclo, cuestionar el modelo usado y contrastar la solución con la realidad o con otros modelos fue, con diferencia, la más débil de todas. Las rúbricas muestran que la mayoría de los estudiantes ni siquiera dieron

evidencia de validación (Nivel 0), es decir, no intentaron verificar si el modelo aplicado era adecuado o si el resultado tenía sentido más allá del cálculo. Solo en un caso de todo el grupo se observó un nivel competente de validación (Nivel 2), donde realizó una comparación crítica entre el modelo ideal asumido en el problema y un modelo más realista (mencionando la ecuación de Van der Waals como corrección). La gran mayoría no está habituada a cuestionar el modelo utilizado ni a considerar sus limitaciones, limitándose a aceptar el resultado obtenido sin más análisis. En Problema 4, que explícitamente pedía analizar las diferencias entre un gas ideal y uno real, muy pocos fueron capaces de interpretar las implicancias de ajustar parámetros o de comparar críticamente los resultados obtenidos con ambos modelos. Globalmente, la validación resultó ser el eslabón más frágil del ciclo de modelación para estos estudiantes. Esto sugiere que, en su formación previa, casi no se les ha instado a reflexionar sobre la validez de los modelos o a discutir cuán precisos o realistas son, lo cual concuerda con hallazgos de otros autores sobre carencias en la enseñanza de la modelación.

- **Déficit principal:** La mayoría de los estudiantes no justificó por qué un modelo es más realista, aunque mencionaron que uno es más preciso.
- **Debilidad significativa:** en Problema 4, pocos fueron capaces de interpretar las implicancias del ajuste de parámetros o comparar críticamente resultados.
- **Interpretación:** Es la etapa más débil globalmente; los estudiantes aún no desarrollan una visión crítica de los modelos ni comprenden su naturaleza aproximada.

La Figura 26 expone un ejemplo ilustrativo de una producción generada por un estudiante en el marco de la actividad propuesta:

Figura 26.

Producción estudiante A en Problema 2.

¿Es coherente este resultado obtenido con la ley física?

A rectangular box containing the handwritten number '69' in black ink.

Desde un enfoque cualitativo, esta respuesta representa una validación incompleta y poco argumentada, ya que el estudiante no justifica su afirmación ni ofrece evidencia conceptual o contextual que permita evaluar si el resultado efectivamente guarda coherencia con el modelo aplicado (como la Ley de Boyle, Charles o gases ideales).

La validación, según Borromeo-Ferri (2006), es una etapa crucial del ciclo de modelación en la que el estudiante debe revisar críticamente si el resultado obtenido tiene sentido físico, si se ajusta a las condiciones del problema, y si está alineado con el comportamiento esperado del sistema. Una respuesta afirmativa sin explicación, como la mostrada aquí, indica que el estudiante no transita plenamente por esta fase, quedándose en una verificación superficial, posiblemente basada en intuición o hábito escolar.

Este fenómeno es coincidente con lo planteado por Valenzuela y Mena (2019), quienes advierten que la validación suele ser una etapa “silenciosa” u omitida en las prácticas de aula, ya que muchas veces se considera que resolver correctamente la ecuación es suficiente. Sin embargo, los autores insisten en que la interpretación crítica y la revisión de los resultados deben integrarse desde el inicio del proceso, y no ser tratadas como una instancia marginal o final.

La Figura 27 muestra una producción estudiantil correspondiente a la fase de validación dentro del ciclo de modelación física-matemática:

Figura 27.

Producción estudiante B en Problema 4.

Con las mismas condiciones del problema, si el nuevo valor de la constante a es $1.390 \text{ (L}^2\text{-atm/mol}^2\text{)}$. Calcule el valor de la constante b.

The image shows a student's handwritten work for a physics problem. It consists of two lines of equations written in a box. The first line is the van der Waals equation of state:
$$\left(P + a \cdot \frac{n^2}{V^2} \right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$
 The second line shows the equation with numerical values substituted:
$$\left(100 + 1,390 \cdot \frac{1^2}{1^2} \right) \cdot (1 - 1 \cdot 101,39) = 1 \cdot 0,082 \cdot 300$$

En esta producción, el estudiante intenta aplicar correctamente la ecuación de Van der Waals, que incluye las constantes de corrección por volumen (b) y por presión (a). Se observa que el estudiante identifica y escribe la fórmula completa, y sustituye los valores numéricos correctamente en la expresión. Sin embargo, al sustituir valores, comete errores conceptuales y operacionales, no aísla ni despeja el valor de b, que era el objetivo de la pregunta.

Este desempeño evidencia que el estudiante reconoce el modelo matemático avanzado, pero no logra operacionalizar ni validar adecuadamente. Es decir, se queda en la etapa de formulación sin avanzar a la resolución ni a la interpretación.

Este tipo de error confirma lo planteado por Lyon y Magana (2020), quienes sostienen que, en contextos de enseñanza en ingeniería, muchos estudiantes muestran un conocimiento superficial de modelos complejos: pueden reproducir fórmulas, pero carecen de habilidades metacognitivas para interpretar, ajustar o validar esos modelos en situaciones contextualizadas.

A nivel general, se puede concluir que los estudiantes muestran un mejor desempeño en etapas procedimentales del ciclo de modelación, mientras que presentan mayores dificultades en aquellas fases que requieren interpretación, análisis crítico y retorno al contexto real del problema. En específico:

- **Etapas más consolidadas:** se observa un dominio adecuado en el trabajo matemático y en la simplificación estructural básica, particularmente en la identificación de variables y en el uso de fórmulas. Esta tendencia confirma lo señalado por Plaza (2017) y Romo-Vázquez (2014), quienes afirman que la enseñanza en contextos técnico-profesionales suele centrarse en el uso mecánico de fórmulas, favoreciendo aprendizajes instrumentales por sobre la comprensión profunda.
- **Etapas más débiles:** las fases de validación del modelo, interpretación contextual y comprensión profunda del problema real se presentan como las más deficitarias. Esto concuerda con lo planteado por Huincahue (2015), quien identifica la fase de "retorno al contexto" como una de las

menos desarrolladas y más invisibilizadas en el aula, debido a que requiere habilidades de reflexión, análisis y conexión con el fenómeno físico que van más allá del cálculo.

- **Progresión observada:** los estudiantes muestran mayor dominio en tareas procedimentales (como resolver una ecuación) que en aquellas que exigen comprender el sentido del modelo aplicado, interpretar los resultados y evaluar su pertinencia. Esta observación refuerza lo indicado por Lyon y Magana (2020), quienes advierten que muchos estudiantes de ingeniería aplican modelos sin comprender plenamente sus supuestos o alcances, lo que limita su capacidad de toma de decisiones informadas.

Estos resultados sugieren la necesidad de fortalecer instancias de reflexión metacognitiva y crítica durante la enseñanza, incorporando preguntas guía, validación contextual de resultados, discusión de supuestos y límites de los modelos aplicados. Tal como proponen Borromeo-Ferri (2006) y Werle & Granado (2022), la modelación matemática debe ser abordada como un proceso complejo, donde cada fase requiere ser trabajada explícitamente en el aula para desarrollar una competencia verdaderamente integrada y significativa.

En resumen, el patrón de desempeño por etapas revela una brecha notable entre las habilidades procedimentales y las interpretativo-contextuales de los estudiantes. Las fases de matematización y resolución (trabajo matemático) mostraron los niveles más altos de logro, confirmando que los alumnos se desenvuelven en la manipulación formal y el cálculo. Por el contrario, las etapas iniciales (comprensión, estructuración) y finales (interpretación, validación) presentaron debilidades significativas, con la mayoría de los estudiantes alcanzando logros parciales. Dicho de otro modo, se evidencia una tendencia, los estudiantes tienden a cumplir mejor el rol de “solucionadores de ecuaciones” que el de “modeladores reflexivos”. Este desequilibrio implica que, si bien avanzan en la parte medular del ciclo (formulación y cálculo), muchos no logran ni comenzar con plena claridad ni cerrar el ciclo con reflexión y crítica, aspectos igualmente fundamentales en la modelación matemática.

4.5 Comparación de desempeños entre los distintos problemas

Además de los patrones por etapa, la metodología permitió comparar el desempeño de los estudiantes en los diferentes problemas propuestos (cuatro situaciones de modelación distintas). Esta comparación revela que el grado de complejidad y el tipo de contexto de cada problema influyeron en los niveles de logro alcanzados en las etapas:

Problemas 1 y 3 (situaciones más directas): los estudiantes mostraron un desempeño relativamente superior en las tareas más estructuradas o familiares. Por ejemplo, el Problema 1 (relacionado con compresión de un gas a volumen fijo, Ley de Boyle) fue donde más alumnos identificaron correctamente los datos clave; de hecho, gran parte del grupo logró al menos una comprensión parcial en este caso. Asimismo, en el Problema 3, que involucró la aplicación directa de la ecuación de gases ideales en un contexto similar a problemas de manual, los estudiantes se desempeñaron con relativa facilidad en la fase de cálculo. Las evidencias muestran que en los problemas más directos (1 y 3), la mayoría de los estudiantes realizó correctamente las sustituciones y operaciones matemáticas requeridas. Esto sugiere que cuando la situación les resultó más cercana a ejercicios típicos (por ejemplo, valores en fórmulas conocidas), los alumnos pudieron aplicar sus habilidades algorítmicas con éxito.

Problemas 2 y 4 (situaciones de mayor complejidad conceptual): los problemas que introducían variaciones en condiciones o requerían mayor análisis conceptual resultaron más desafiantes. El Problema 2 implicaba cambios de temperatura y volumen (Ley de Charles, con conversión de unidades y análisis gráfico), mientras que el Problema 4 planteaba contrastar un modelo ideal con uno real (gases ideales vs. modelo de Van der Waals). En estas situaciones, se observaron más errores y niveles de logro inferiores en ciertas etapas. Por ejemplo, varios estudiantes no identificaron con claridad qué variables permanecían constantes y cuáles cambiaban en los problemas que involucraban temperatura, lo que dificultó la estructuración apropiada del modelo. Consecuentemente, en Problema 2 algunos confundieron los datos necesarios (temperatura inicial con la final, entre otros) y cometieron errores como no realizar

una correcta transformación de las unidades de temperatura, afectando la exactitud de sus cálculos. Incluso entre quienes lograron resolver numéricamente el Problema 2, se notó dificultad al representar la situación en un gráfico correcto, evidenciada por inversiones de ejes o interpretaciones equivocadas de la relación lineal esperada. En cuanto al Problema 4, concentró la mayor dificultad en las etapas finales, dado que pocos estudiantes fueron capaces de llevar a cabo la validación del modelo de manera adecuada. Aunque la mayoría aplicó la ecuación de Van der Waals correctamente en el cálculo, casi ninguno pudo interpretar o discutir las implicancias de los resultados comparados con el modelo ideal. De hecho, se destaca que en Problema 4 prácticamente nadie (salvo 1 caso) justificó por qué el modelo realista era distinto o más apropiado, pese a que reconocían que uno podía ser “más preciso”. Esta carencia se reflejó en un muy alto porcentaje de Nivel 0 en la etapa de validación para este problema en particular.

En síntesis, la dificultad de los problemas aumentó gradualmente y, con ello, el desempeño tendió a disminuir en las etapas clave. Los estudiantes se mostraron más cómodos y exitosos en problemas de tipo rutinario o directamente vinculados a fórmulas bien conocidas (como aplicar Boyle o la fórmula de gases ideales en contextos numéricos claros). En contraste, problemas que demandaban pasos adicionales de razonamiento, ya sea entender un cambio de unidades, elaborar una representación gráfica o cuestionar un modelo, exhibieron brechas de desempeño mayores. Esto destaca la importancia de considerar la complejidad de la tarea, ya que los resultados sugieren que los primeros problemas fueron donde los alumnos lograron ciertos éxitos parciales, mientras que los últimos pusieron en evidencia las debilidades latentes en comprensión profunda y pensamiento crítico, como advierten Plaza (2017), Romo-Vázquez (2014) y Borromeo-Ferri (2006).

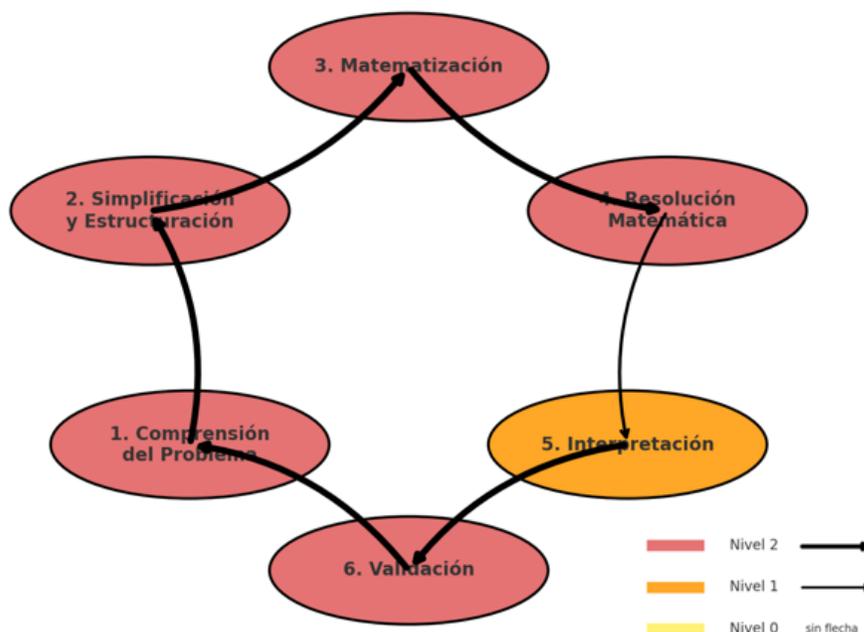
4.6 Estudio de casos individuales

Para enriquecer el análisis, se seleccionaron dos casos contrastantes entre los seis participantes. Cada etapa del ciclo de modelación matemática está representada por un globo de color, cuyo tono indica el nivel de logro alcanzado

por el estudiante en esa fase: el color rojo corresponde al nivel 2 (logro competente), el naranja representa el nivel 1 (logro parcial) y el amarillo indica el nivel 0 (sin evidencia de logro). Las flechas negras muestran el tránsito entre etapas y su grosor también representa niveles: una flecha gruesa indica una transición realizada con éxito (nivel 2), una flecha delgada señala un tránsito incompleto (nivel 1) y la ausencia de flecha indica que no hubo conexión entre etapas (nivel 0). Esta simbología permite visualizar de manera integral las etapas que fueron abordadas con éxito y cómo fue el flujo del pensamiento modelador del estudiante a lo largo del proceso.

En la Figura 28 se presenta el tránsito del estudiante E en el ciclo de modelación matemática, el cual muestra desde el inicio una lectura atenta del problema, destacando por la correcta identificación de variables y por su argumentación escrita. Su esquema gráfico inicial permite observar una representación mental del fenómeno, lo que facilita la posterior matematización. En la etapa de validación, propone una hipótesis alternativa y compara sus resultados con un modelo más ajustado, demostrando un pensamiento crítico y reflexivo.

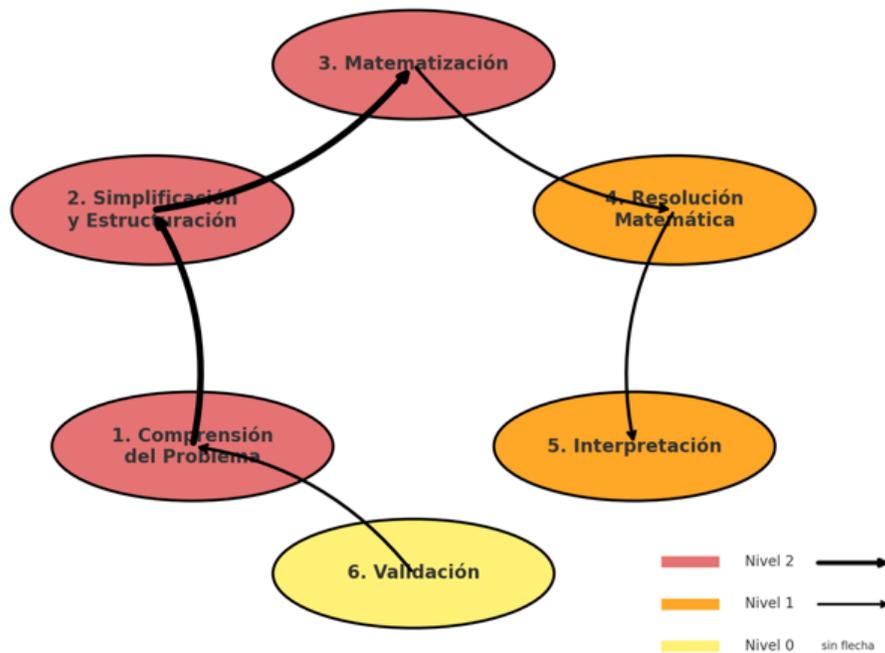
Figura 28.
Tránsito del estudiante E en el ciclo de modelación.



Nota: Elaboración propia.

Asimismo, en la Figura 29 se representa el recorrido del estudiante A en el ciclo de modelación matemática, donde se puede observar que presenta dificultades desde la comprensión del problema, omitiendo datos relevantes y utilizando fórmulas sin justificación. No logra vincular los resultados con el contexto ni analizar la validez del modelo aplicado. Si bien resuelve operaciones básicas, su proceso es mecánico y no evidencia reflexión posterior. Este caso ilustra una ruta de modelación parcial y fragmentada, con una fuerte dependencia de la memorización y baja capacidad de integración conceptual.

Figura 29.
Tránsito del estudiante A en el ciclo de modelación.



Nota: Elaboración propia.

A continuación, se presenta una interpretación cualitativa por cada etapa del ciclo de modelación matemática, considerando la codificación visual dada en los diagramas del Estudiante A (Figura 28) y Estudiante E (Figura 29).

Este análisis se estructura con base en los seis momentos del ciclo propuesto por Borromeo-Ferri (2006) y complementado por Valenzuela & Mena (2019), considerando tanto lo cognitivo como lo didáctico.

a) Comprensión del problema: el estudiante A (Figura 29) demuestra una comprensión completa del enunciado, dado que identifica datos y variables clave de los problemas, lo que le permite iniciar el proceso de modelación de forma coherente, muestra familiaridad con el lenguaje técnico y contextualiza adecuadamente el fenómeno físico planteado. Asimismo, el estudiante E (Figura 28) exhibe una lectura comprensiva de los problemas, reconoce las condiciones iniciales y finales, así como las magnitudes involucradas, anticipando correctamente la relación causal del fenómeno, además, no requiere relecturas ni apoyos externos para procesar la información.

- **Interpretación:** ambos estudiantes están en el máximo nivel de logro en esta etapa, indicando un acceso claro al problema y sin barreras cognitivas iniciales. Esta fase establece una base sólida para el resto del ciclo.

b) Simplificación y estructuración: el estudiante A (Figura 28) logra representar adecuadamente la situación del mundo real a un esquema físico-matemático. Aunque no justifica explícitamente sus supuestos, sí reconoce que se trata de un problema de comportamiento de gases y considera las condiciones relevantes del sistema. Mientras que, el estudiante E (Figura 29) identifica correctamente las condiciones ideales que permiten aplicar un modelo estándar, realiza inferencias sobre variables constantes e implicancias físicas del fenómeno, realiza una estructuración de manera clara y eficiente.

- **Interpretación:** ambos estudiantes operan con claridad al reducir la complejidad del contexto. Construyen un modelo del fenómeno que conserva los elementos esenciales y que es operable matemáticamente. Se evidencia madurez al tomar decisiones de simplificación relevantes para el problema.

c) Matematización: el estudiante A (Figura 28), aunque su modelo matemático no es del todo completo, maneja con propiedad la formulación básica y su sintaxis. Mientras que, el estudiante E (Figura 29) plantea el modelo matemático de forma directa y sin errores, reconoce la ley que relaciona las variables y

expresa la ecuación de proporcionalidad con claridad, ajustándola a las condiciones del problema.

- **Interpretación:** ambos estudiantes alcanzan el nivel competente, aunque con diferencias cualitativas, A (Figura 28) elige un modelo parcial (probablemente por simplificación o desconocimiento del modelo alternativo), mientras E (Figura 29) hace una correspondencia exacta entre situación y representación simbólica. Esto sugiere que el logro puede ser similar en nivel, pero diferente en profundidad conceptual.

d) Trabajo matemático: el estudiante A (Figura 28) realiza cálculos correctos en alguno de los problemas, pero no los resuelve completamente o comete errores al operar. Se observan vacíos en la ejecución algebraica o aritmética, lo que limita la robustez del resultado. Por el contrario, el estudiante E (Figura 29) sustituye datos en la ecuación con precisión, desarrolla los cálculos necesarios, aplica conversiones correctamente (como de °C a K si es requerido) y obtiene un resultado coherente con las condiciones físicas planteadas.

- **Interpretación:** en esta etapa comienzan a divergir claramente las trayectorias. El estudiante A (Figura 28) presenta un desempeño parcial, posiblemente por inseguridad o por no dominar las leyes físicas. En cambio, el estudiante E (Figura 29) opera con fluidez dentro del lenguaje matemático, lo que refleja una diferencia significativa en la automatización y fiabilidad del trabajo matemático.

e) Interpretación contextual: el estudiante E (Figura 29) interpreta los resultados obtenidos, aunque lo hace de forma algo superficial, reconoce la tendencia esperada pero no discute en profundidad la magnitud ni el contexto físico en detalle. Mientras que, el estudiante A (Figura 28) elabora una interpretación parcial, no utiliza los resultados obtenidos como base para su argumentación, ya que no ofrece evidencia desde los datos ni cuantifica el error.

- **Interpretación:** ambos estudiantes alcanzan solo el nivel intermedio, lo cual indica una dificultad compartida, la cual es

traducir el resultado numérico al lenguaje del contexto físico real. Esto puede deberse a una separación epistemológica entre el dominio matemático y el físico, tal como lo advierten Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019). Esta etapa requiere habilidades comunicativas, reflexivas y físicas que no siempre se desarrollan de forma explícita en clase.

f) **Validación:** en el estudiante A (Figura 28) no se observa evidencia clara de que haya contrastado el modelo con la realidad, ya que no valida la adecuación de los modelos propuestos ni ofrece una reflexión sobre sus limitaciones o supuestos, por lo tanto, esta fase es omitida en su tránsito. Por el contrario, el estudiante E (Figura 29) evalúa la validez de los modelos en relación con los fenómenos físicos, reafirma que las soluciones obtenidas concuerdan con las leyes físicas, ofreciendo una interpretación coherente y argumentada del comportamiento observado.

- **Interpretación:** aquí se presenta la diferencia más drástica del análisis. Mientras el Estudiante A (Figura 28) no logra cerrar el ciclo, el Estudiante E (Figura 29) completa la vuelta con una reflexión crítica. La validación es una fase crucial, frecuentemente omitida por estudiantes, donde E destaca al realizarla, mostrando una comprensión avanzada del papel del modelo como representación de la realidad.

El análisis cualitativo por etapas del ciclo de modelación matemática basado en los modelos de Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019) permitió contrastar dos rutas de modelación distintas, la del estudiante A (Figura 28), caracterizada por interrupciones y vacíos, y la del estudiante E (Figura 29), definida por un tránsito más completo, coherente y reflexivo. Ambos estudiantes alcanzan logros similares en las primeras tres fases del ciclo (comprensión, simplificación/estructuración y matematización), lo que evidencia que poseen herramientas suficientes para ingresar al mundo matemático desde un contexto físico. Sin embargo, sus trayectorias divergen marcadamente a partir de la resolución matemática. Desde una mirada didáctica, estos resultados reafirman

la idea de que la modelación matemática no es solo resolución de problemas, sino una forma de pensamiento compleja, donde deben articularse competencias lectoras, disciplinares, representacionales y críticas. Ambos casos muestran la riqueza del enfoque cualitativo para comprender lo que los estudiantes logran, asimismo, cómo lo logran, lo cual ofrece valiosos insumos para mejorar la enseñanza de la modelación en contextos técnico-científicos.

4.7 Análisis transversal: fortalezas y debilidades del grupo

Desde una perspectiva cualitativa, los datos anteriores permiten interpretar críticamente las fortalezas y debilidades formativas del grupo de estudiantes, así como identificar aspectos emergentes sobre su aprendizaje de la modelación matemática, tal como se detallan a continuación:

Con respecto a las fortalezas observadas, se evidencia que los estudiantes demostraron una gran fortaleza en las habilidades procedimentales y algorítmicas. Sus altos logros en las etapas de matematización y trabajo matemático evidencian que manejan con solvencia el uso de fórmulas, el despeje de variables y el cálculo numérico incluso en contextos aplicados. Esta competencia es un atributo positivo del perfil técnico, dado que indica que la formación recibida ha sido eficaz en transmitir los métodos de resolución estándar y el saber manipular expresiones matemáticas en física. Además, se observó que casi la totalidad de los estudiantes pudo plantear al menos la ecuación pertinente en cada problema (aunque no siempre la interpretaran), lo cual refleja familiaridad con las leyes físicas fundamentales y sus formas matemáticas. En términos generales, existe una base sólida de conocimientos operativos, dado que los alumnos saben hacer los cálculos y, hasta cierto punto, automatizaron procedimientos como convertir unidades (con algunos deslices) o graficar relaciones simples. Estas fortalezas son valiosas, pues constituyen el andamiaje necesario sobre el cual es posible construir niveles superiores de razonamiento. Un logro notable fue comprobar que, frente a problemas inéditos presentados en contextos reales, los estudiantes no se paralizaron en la fase de cálculo, pudieron avanzar y obtener resultados numéricos, demostrando resiliencia para aplicar lo aprendido en clases tradicionales a situaciones nuevas.

Por otra parte, a pesar de las fortalezas procedimentales, los resultados ponen de manifiesto importantes debilidades en las dimensiones de comprensión conceptual, razonamiento contextual y pensamiento crítico. Una de las falencias más evidentes es la dificultad en la comprensión profunda de los enunciados, principalmente la confusión entre datos con variables y la incapacidad de identificar todos los elementos relevantes del problema real evidencian limitaciones en la lectura matemática del contexto. Esto sugiere que, ante enunciados complejos, los estudiantes tienden a extraer información de manera superficial, posiblemente debido a hábitos de estudio más orientados a encontrar números para formular que a entender la situación. Asimismo, se halló una falta de hábito en conectar las matemáticas con la realidad física subyacente. Las respuestas de interpretación mostraron que muchos estudiantes ven el resultado numérico como el fin en sí mismo, sin preguntarse por su significado práctico (“¿qué implica este valor en el contexto del problema?”). Esta carencia de análisis interpretativo concuerda con lo planteado por Huincahue (2015), quien señala que la fase de retorno al contexto es tradicionalmente poco visibilizada en la enseñanza y, por ende, difícil de desarrollar en los estudiantes. Igualmente, preocupante es la ausencia casi total de evaluación crítica de los modelos, dado que pocos estudiantes pensaron en las suposiciones o límites del modelo usado, lo que revela escasa familiaridad con la idea de que los modelos científicos tienen un dominio de validez y que es válido cuestionarlos o compararlos. Esta debilidad crítica final puede provenir de una enseñanza que ha enfatizado aplicar un modelo dado, pero no examinar si el modelo es adecuado. En línea con Werle & Granado (2022), nuestros hallazgos confirman que los estudiantes no están habituados a cuestionar los modelos ni a considerar alternativas, un aspecto clave que actualmente está ausente en su formación. Otro factor subyacente a estas debilidades es la posible influencia de metodologías de enseñanza tradicionales en el perfil de aprendizaje observado. Según Romo-Vázquez (2014), en carreras técnico-profesionales suele incentivarse la resolución mecánica de problemas por encima de la comprensión de supuestos y contextos. Nuestros resultados reflejan precisamente que los estudiantes son entrenados

para resolver ecuaciones eficientemente, pero con una comprensión limitada del significado profundo de esas ecuaciones en contextos reales. También concuerda con lo señalado por Plaza (2017), quien advierte que la falta de familiaridad con tareas contextualizadas (del tipo que conecta matemática con situaciones reales) puede dificultar la capacidad de los estudiantes para abstraer los elementos esenciales y descartar los irrelevantes. Es decir, si los alumnos han sido expuestos principalmente a problemas de texto simplificados o altamente estructurados, al enfrentarse a escenarios más auténticos tienden a perderse en detalles o no saben cómo simplificar la situación manteniendo la fidelidad al fenómeno.

Con respecto a los aspectos emergentes del estudio, surgen varias consideraciones de manera transversal al analizar estos resultados. Primero, la importancia de la comprensión lectora en contextos técnicos emergió claramente, donde se presentan dificultades en las primeras etapas del ciclo, lo que indica que sería beneficioso reforzar las habilidades de lectura comprensiva y análisis de enunciados en entornos científico-técnicos. Segundo, se notó una desconexión entre el conocimiento declarativo y el procedimental, los estudiantes aplican fórmulas sin nombrar ni justificar la teoría que hay detrás. Esto apunta a la necesidad de integrar ambas esferas en la enseñanza, de modo que el alumno siempre vincule “qué hago” con “por qué lo hago”. Tercero, emergió la necesidad de fomentar la reflexión posterior al cálculo, como lo son las actividades metacognitivas o discusiones sobre “¿tiene sentido este resultado?” podrían ayudar a que los estudiantes desarrollen esa visión crítica actualmente incipiente. Cuarto, la etapa de validación resultó casi ausente en el comportamiento estudiantil, lo cual es un llamado de atención, se requiere incorporar prácticas de validación en clases (por ejemplo, comparar diferentes enfoques de solución, discutir casos extremos, analizar supuestos) podría cultivar en los alumnos el hábito de cuestionar y afinar sus modelos.

En resumen, el análisis cualitativo revela que, junto con las fortalezas algorítmicas, coexisten vacíos formativos en comprensión, contextualización y

pensamiento crítico que demandan atención en futuras experiencias de enseñanza.

4.8 Discusión e implicancias pedagógicas

Los hallazgos anteriores conllevan importantes implicancias para la metodología didáctica en la enseñanza de la modelación matemática, particularmente en contextos técnico-profesionales. A continuación, se presentan sugerencias concretas derivadas de este estudio, orientadas a fortalecer las etapas más débiles del ciclo de modelación y a equilibrar el perfil de competencias de los estudiantes:

- **Incorporar apoyos a la comprensión del problema:** los resultados de esta investigación revelan que muchos estudiantes presentan dificultades en la fase inicial del ciclo de modelación matemática, particularmente en la comprensión del enunciado y la identificación de los elementos clave del problema. En este sentido, Borromeo-Ferri (2006) enfatiza que la comprensión de la tarea constituye una etapa fundamental del proceso de modelación, ya que es en este momento donde los estudiantes construyen una representación mental del fenómeno y toman decisiones sobre qué información es relevante. Sin embargo, esta fase tiende a ser poco visible y escasamente trabajada en el aula, lo que puede comprometer el éxito de las etapas posteriores. Por ello, se recomienda diseñar tareas que incluyan una etapa de lectura guiada o trabajo colaborativo inicial. Por ejemplo, antes de que los alumnos comiencen a resolver, el docente puede proponer preguntas de comprensión (¿Qué te pide exactamente el problema? ¿Qué datos entrega el problema? ¿Qué supones que podría influir en la situación?) o incluso dinámicas en parejas para identificar juntos los datos y variables. Esto ayudaría a fortalecer la comprensión compartida del problema y a asegurar que todos parten de una interpretación adecuada del enunciado.

- **Enseñar estrategias de estructuración y simplificación:** las dificultades en abstraer lo esencial sugieren que es necesario entrenar a los estudiantes en cómo simplificar un sistema real. Se sugiere incluir en la enseñanza actividades explícitas de identificación de variables y relaciones, quizás usando casos concretos donde se discuta abiertamente: “¿Qué factores importan y cuáles podemos ignorar?”. Además, mostrar ejemplos de cómo se pasa de una situación real a un diagrama o esquema simplificado podría servir de modelo. Una posibilidad es integrar pequeñas situaciones de simulación donde, variando ciertos parámetros, se discuta cuál es el efecto y qué podría considerarse constante. Esto conectaría con la necesidad de distinguir variables cambiantes vs. constantes, como se detectó que les costó en problemas con temperatura. En este marco, Lyon y Magana (2020) destacan que enseñar a simplificar un sistema requiere entrenar a los estudiantes en la toma de decisiones lo que implica aplicar técnicas matemáticas, comprender el comportamiento del sistema real, anticipar sus respuestas y seleccionar adecuadamente las variables más significativas para construir un modelo útil y ajustado al contexto.
- **Conectar la matematización con sus fundamentos:** para evitar la desconexión teoría-formulación observada, sería útil que las tareas pidan explícitamente a los estudiantes nombrar la ley o principio que están utilizando y justificar su aplicabilidad. Por ejemplo, junto con “escribe la ecuación”, preguntar “¿Qué modelo físico estás aplicando y bajo qué condiciones es válido?”. De esta forma, se fuerza a que los alumnos articulen el conocimiento conceptual junto al procedimental, reforzando la comprensión de que la matemática utilizada representa un fenómeno específico (y no es solo un trámite abstracto). En este sentido, Valenzuela y Mena (2019) advierten que, en contextos educativos,

especialmente técnicos, existe una tendencia a tratar la matemática como una herramienta aislada del contenido físico, lo que fragmenta el proceso de modelación. Por ello, proponen una enseñanza integrada donde los estudiantes reconozcan explícitamente la conexión entre los modelos físicos, las ecuaciones matemáticas y las condiciones de validez, favoreciendo así una comprensión más profunda, coherente y contextualizada del fenómeno estudiado.

- **Reforzar la etapa de interpretación de resultados:** para desarrollar la habilidad de “retornar al contexto”, las actividades deberían incluir preguntas guía de reflexión sobre el resultado obtenido. Después de calcular, se puede preguntar: “¿Qué significa este valor en términos del problema real?”, “¿Por qué subió/bajó X variable?”, “¿Tiene sentido el resultado, es grande/pequeño, esperado/sorprendente?”. Incluso se puede pedir a los estudiantes que escriban una breve conclusión contextual de cada problema. Estas prácticas habituarán al alumno a no dar por concluido el trabajo tras el cálculo, por el contrario, los ayuda a pensar en las implicancias y verificar si el resultado es razonable en la realidad (por ejemplo, si calculan un volumen negativo o una temperatura exorbitante, percatarse de la anomalía). En esta línea, Huincahue (2015) sostiene que una de las fases más desatendidas del ciclo de modelación es la interpretación contextual, ya que muchos estudiantes finalizan el proceso al obtener un resultado numérico sin cuestionar su significado o pertinencia. El autor propone incorporar estrategias didácticas que promuevan una validación crítica de los resultados, mediante preguntas orientadoras que conecten el cálculo con el fenómeno representado, fortaleciendo así la conciencia matemática y la capacidad de análisis reflexivo en contextos reales.

- **Introducir la validación y pensamiento crítico en la enseñanza diaria:** es fundamental acostumbrar a los estudiantes a validar y comparar modelos, dado que en el estudio esta fue la etapa más débil. Se sugiere implementar actividades que involucren explícitamente la comparación entre modelos (ideal vs. real, simplificado vs. complejo), tal como fue el espíritu del Problema 4. Por ejemplo, después de resolver un problema con ciertos supuestos, plantear: “¿Qué sucedería si no aplicáramos tal supuesto? ¿Cómo cambiaría el resultado?”. Igualmente, el uso de simulaciones con parámetros ajustables puede ser muy didáctico, ya que los estudiantes pueden experimentar cómo varía la solución cuando se modifican condiciones, haciendo explícito el impacto de las idealizaciones. Esto enlaza con pedirles que consideren limitaciones y fuentes de error, por ejemplo, discutir brevemente en clase “¿Nuestro modelo considera todas las variables relevantes? ¿Qué podría considerar como irrelevante o información adicional?”. Tales estrategias promoverían la mentalidad de que ningún modelo es perfecto y siempre cabe preguntarse por su validez. Al inicio, puede ser útil guiar mucho este proceso, pero gradualmente los estudiantes podrán internalizar estas preguntas. En esta línea, Werle y Granado (2022) destacan la importancia de promover una mirada holística y crítica sobre los modelos, incorporando escalas de valoración que evalúan la exactitud del resultado, así como también la capacidad del estudiante para reflexionar sobre las condiciones, supuestos y limitaciones del modelo utilizado, lo cual fortalece una enseñanza contextualizada y formativa del modelamiento.
- **Secuenciación gradual de la complejidad de las tareas:** a la luz de la diferencia de desempeño entre problemas simples y complejos, se recomienda organizar las experiencias de modelación de forma progresiva. Comenzar con problemas

contextualizados relativamente accesibles permite a los estudiantes ganar confianza en las primeras etapas y no abrumarse, antes de pasar a problemas más abiertos o difíciles. Esa progresión, acompañada de retroalimentación focalizada en los aspectos conceptuales, podría ayudar a cerrar la brecha detectada, por ejemplo, tras un primer problema exitoso en cálculo, pero débil en interpretación, el docente puede resaltar la importancia de esa etapa y luego proponer un segundo problema donde explícitamente se trabaje mejor la interpretación. En otras palabras, utilizar lo aprendido de un problema para mejorar el desempeño en el siguiente, atendiendo las debilidades evidenciadas. Por ello, Blum y Leiß (2007) plantean que la enseñanza del modelado debe organizarse en ciclos de aprendizaje progresivo, en los que los estudiantes, mediante tareas encadenadas y niveles crecientes de complejidad, desarrollen competencias que les permitan enfrentar problemas reales de manera autónoma, crítica y reflexiva.

- **Promover la explicitación de estrategias durante la resolución:** una de las dificultades observadas en el estudio fue la tendencia de los estudiantes a centrarse exclusivamente en la obtención del resultado, sin dar cuenta de los pasos intermedios ni de las decisiones tomadas durante el proceso de modelación. Para abordar esta debilidad, se sugiere incorporar en las actividades instancias en las que los estudiantes deban explicitar sus estrategias, ya sea de forma escrita u oral, respondiendo a preguntas como: “¿Por qué decidiste usar este procedimiento?”, “¿Qué relación identificaste entre las variables?” o “¿Qué alternativa descartaste y por qué?”. Estas prácticas favorecen la autorregulación y la conciencia metacognitiva, permiten al docente identificar errores de comprensión o vacíos conceptuales que podrían pasar desapercibidos si solo se observa el resultado final. De acuerdo con lo anterior, Borromeo-Ferri (2006) argumenta que

la modelación matemática implica rutas cognitivas diversas y no lineales, por lo que es fundamental que los estudiantes puedan comunicar y reflexionar sobre sus propias decisiones modeladoras como parte del aprendizaje. Al visibilizar el razonamiento detrás del modelo, se fortalece la comprensión y se avanza hacia una enseñanza más formativa y reflexiva del modelado en contextos técnicos.

Estas sugerencias didácticas buscan equilibrar el perfil formativo, donde se aprovechan las fortalezas procedimentales de los estudiantes, y a la vez se desarrollan las dimensiones interpretativa y crítica que actualmente están menos logradas. Esto implica que la enseñanza de la modelación matemática en contextos técnicos pase de un enfoque centrado solo en “hacer cálculo” a un enfoque más holístico que valore también “entender y valorar el modelo”. Metodológicamente, el presente estudio demuestra que el uso de rúbricas detalladas por etapas es valioso para diagnosticar estas necesidades; a futuro, los docentes pueden utilizar instrumentos similares para evaluar y para orientar su práctica pedagógica (por ejemplo, dedicando más tiempo a etapas donde los estudiantes suelen fallar). Finalmente, fortalecer la modelación matemática de manera integral tiene implicancias profundas, ya que mejora la capacidad de los futuros técnicos para enfrentar problemas reales, al enseñarles a obtener resultados, comprender su significado y a evaluar si sus herramientas de cálculo son las adecuadas. En suma, las lecciones metodológicas de este trabajo apuntan a una enseñanza de la matemática más completa, donde se forje en los estudiantes tanto la destreza para modelar cuantitativamente un fenómeno, como la habilidad para interpretar y juzgar críticamente ese modelo en su contexto de aplicación. En conjunto, estas sugerencias apuntan a equilibrar la balanza formativa, sin dejar de lado la valiosa formación procedimental que caracteriza a los estudiantes técnicos, para enriquecer su experiencia de aprendizaje con componentes de reflexión, discusión y conexión con la realidad (Borromeo-Ferri, 2006; Werle & Granada, 2022).

5. CONCLUSIONES

5.1 Reflexiones finales

Los resultados obtenidos en esta investigación permiten reflexionar profundamente sobre el papel que juega la modelación matemática en el contexto de la formación técnica profesional, particularmente en el módulo de Máquinas Térmicas. El análisis del tránsito de los estudiantes por las etapas del ciclo de modelación matemática, basado en Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (20), ha revelado importantes hallazgos respecto a las fortalezas y debilidades en su proceso de aprendizaje. Uno de los principales aportes de este enfoque teórico es la comprensión del modelamiento como un proceso cognitivo no lineal, donde las fases no siempre se siguen de manera secuencial, dado que los estudiantes pueden retroceder, avanzar o incluso omitir algunas, dependiendo de sus conocimientos previos, estrategias y comprensión de la situación planteada.

Desde esta perspectiva psicocognitiva, se puede observar que los estudiantes tienden a mostrar un desempeño aceptable en la matematización y resolución matemática, lo que indica una fuerte impronta en el aprendizaje tradicional centrado en la aplicación de fórmulas, pero la interpretación y validación se encuentran escasamente desarrolladas. Este hallazgo coincide con lo planteado por Acebo y Rodríguez (2020), quienes sostienen que las fases finales del ciclo de modelación son las más invisibilizadas en el aula, tanto en la enseñanza como en la evaluación. De este modo, se reafirma que el aprendizaje procedimental sigue prevaleciendo por sobre el aprendizaje reflexivo, una situación que va en desmedro de una formación integral y crítica.

Además, como lo plantean Stillman, Kaiser y Blomhøj (2013), enseñar modelación matemática implica presentar problemas contextualizados, como también promover habilidades como la toma de decisiones, el juicio crítico, la exploración de suposiciones y la comunicación de resultados. Estas habilidades son fundamentales para preparar a los estudiantes técnicos para enfrentar problemáticas reales, donde el pensamiento flexible, la creatividad y la validación de soluciones adquieren un carácter decisivo. En este sentido, la modelación no puede entenderse como un complemento del currículo, sino como una

competencia transversal, estructural y transformadora. Su implementación efectiva requiere una modificación en la planificación, la metodología y los instrumentos de evaluación, promoviendo tareas abiertas, trabajo colaborativo y reflexión metacognitiva.

Los resultados de esta investigación permiten sostener que el uso del ciclo de modelación como herramienta de análisis brinda una visión detallada de cómo los estudiantes enfrentan el proceso de resolución de problemas reales. En línea con los planteamientos de Borromeo-Ferri (2018), se reafirma que comprender estas trayectorias permite a los docentes intervenir pedagógicamente de manera más pertinente, diseñando tareas que visibilicen cada etapa y acompañen al estudiante en su tránsito cognitivo. Esto es especialmente relevante en el contexto técnico-profesional, donde el vínculo entre teoría y práctica, entre abstracción y aplicación, se convierte en el eje del proceso formativo. Por tanto, se hace indispensable una formación docente que integre estas perspectivas y herramientas, fortaleciendo el rol del profesor como mediador entre el conocimiento y la realidad del estudiante.

Respecto a la pregunta de investigación principal: ¿Cómo transitan los estudiantes por las etapas del ciclo de modelación física-matemática en el contexto del módulo Máquinas Térmicas? Se concluye que el tránsito es parcial y desbalanceado, con predominio del razonamiento algebraico por sobre la comprensión física y contextual. Si bien los estudiantes logran avanzar en las etapas operacionales, presentan dificultades para retornar al contexto y dar sentido a sus resultados. Este hallazgo refuerza la necesidad de reconfigurar las prácticas pedagógicas en el ámbito técnico-profesional para potenciar una modelación más crítica, reflexiva y conectada con la realidad.

En relación al objetivo específico 1, los resultados muestran que los estudiantes transitan de manera incompleta y fragmentada por el ciclo de modelación. Las etapas más consolidadas corresponden al trabajo matemático y a la identificación de variables, donde se evidencia dominio de procedimientos algorítmicos y uso adecuado de fórmulas físicas. Sin embargo, las fases de comprensión del problema, interpretación de resultados y validación del modelo

fueron débilmente desarrolladas. Esto refleja un enfoque de aprendizaje centrado en el resultado y no en la comprensión profunda del fenómeno, en concordancia con lo advertido por Borromeo-Ferri (2006) sobre la falta de visibilidad de ciertas fases del ciclo en contextos educativos.

Con respecto al objetivo específico 2, el análisis evidencia como fortalezas el manejo instrumental de fórmulas y la correcta aplicación de modelos cuando los datos están explícitos. No obstante, también se detectaron dificultades significativas en la lectura comprensiva de enunciados, en la autonomía para estructurar el modelo físico y en la capacidad de interpretar los resultados en relación al contexto real. Estos hallazgos son coherentes con los planteamientos de Plaza (2017), quien señala que la falta de familiaridad con tareas contextualizadas impide a los estudiantes abstraer los elementos esenciales del fenómeno.

En relación con el objetivo específico 3, los datos sugieren que es necesario diseñar experiencias didácticas que integren instancias de reflexión metacognitiva, validación empírica y discusión contextual de los modelos. Tal como afirman Lyon y Magana (2020), el aprendizaje significativo en ingeniería no puede limitarse al dominio formal de la matemática, más bien requiere un enfoque que conecte teoría, práctica y toma de decisiones basada en modelos reales. Asimismo, se debe superar la fragmentación disciplinar y favorecer una enseñanza que promueva la comprensión integral de los fenómenos abordados.

Sobre los supuestos del estudio, se confirma que la enseñanza tradicional limita el desarrollo integral del ciclo de modelación, ya que prioriza la resolución mecánica de problemas y descuida aspectos como la validación, interpretación y análisis contextual. También se valida la hipótesis de que los estudiantes muestran mayores logros en tareas procedimentales que en tareas que requieren análisis, comprensión lectora y juicio crítico, lo que confirma la urgencia de una transformación didáctica.

5.2 Limitaciones del estudio

La principal limitación es que, si bien la rúbrica registra el nivel de desempeño en cada etapa, es posible que no capture completamente la

naturaleza iterativa o no lineal del ciclo de modelación. En la práctica, algunos estudiantes pueden haber retrocedido o repetido fases (por ejemplo, reinterpretar el problema tras intentar una resolución), pero la evaluación en una rúbrica tiende a presentarlo de forma lineal. Aun así, complementada con la observación cualitativa de las estrategias de los estudiantes, la metodología brinda un panorama suficientemente rico para los fines del estudio. En síntesis, la observación cualitativa y rúbricas analíticas fue eficaz y apropiado para el propósito de visualizar el tránsito de los alumnos por el ciclo de modelación matemática, permitiendo identificar puntos críticos en su aprendizaje.

Otra limitación fue el tiempo limitado para la implementación de las tareas, lo cual impidió realizar un seguimiento prolongado y aplicar estrategias de retroalimentación o iteración de modelos. Asimismo, si bien se logró una triangulación de datos mediante producciones escritas, no se incluyeron entrevistas en profundidad ni diarios reflexivos, lo que podría haber enriquecido la interpretación desde la perspectiva de los propios estudiantes.

5.3 Proyecciones del estudio

Desde el punto de vista tecnológico, se propone avanzar hacia la elaboración de secuencias didácticas específicas basadas en el ciclo de modelación de Borromeo-Ferri (2006) y Valenzuela & Mena (2019), adaptadas a las características y necesidades de los estudiantes de Mecánica Industrial. Estas propuestas podrían incorporar el uso de tecnologías digitales, como simuladores y hojas de cálculo, que favorezcan la visualización de fenómenos físicos y el análisis de resultados, fortaleciendo la conexión entre teoría, práctica y contexto profesional.

Desde una perspectiva investigativa, se plantea como desafío la profundización en el análisis de las representaciones mentales y decisiones cognitivas que emergen durante la resolución de tareas de modelación. Esto podría abordarse mediante estudios de caso más detallados, entrevistas clínicas y análisis de protocolos de pensamiento en voz alta, con el fin de comprender mejor los procesos internos que subyacen al tránsito por las distintas fases del ciclo de modelación.

Otra línea investigativa relevante que se desprende de este estudio es el análisis longitudinal del desarrollo de la competencia de modelación matemática en estudiantes técnicos a lo largo de su trayectoria formativa. Esta línea permitiría explorar cómo evoluciona el tránsito por las etapas del ciclo de modelación desde el primer año hasta la finalización de la carrera, identificando progresiones, estancamientos o retrocesos en función de las experiencias didácticas vividas. Un estudio de esta naturaleza contribuiría a caracterizar perfiles de aprendizaje de modelación, reconociendo factores que favorecen u obstaculizan su consolidación, tales como el tipo de tarea, el acompañamiento docente o el uso de recursos tecnológicos. Asimismo, permitiría evaluar la incidencia de intervenciones pedagógicas continuas y articuladas sobre la mejora de las competencias de modelación en contextos técnicos reales.

REFERENCIAS

- Acebo, C & Rodríguez, R. (2020). Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria. *Revista Científica*, vol. 40 N°1, pp. 13-29.
- Aravena, M. et al. (2021). Estudio de caso y modelado matemático en la formación de ingenieros. Caracterización de habilidades STEM. *Revista chilena de ingeniería*, vol. 30 N°1, pp. 37-56.
- Barón, G. (2020). Modelación matemática medida por el software geogebra en la aplicación de funciones lineales, para la solución de problemas en el contexto del manejo ambiental. *Trabajo de Grado para optar por el título de Magíster en Educación en Tecnología*.
- Berrío, J. et al. (2019). Desarrollo del proceso de modelación matemática en licenciados en formación. *Revista interamericana de investigación, educación y pedagogía*.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), pp. 86–95.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling—in school and teacher education*. Springer.
- Blum, W., & Leiß, D. (2005). Filling up the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modeling tasks. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, pp. 129–136.
- Brito-Vallina, M. L., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Para-García, J. L., & Arias-de Tapia, R. I. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14(2), 129-139.
- Coa, R. & Obregón, J. (2023). Modelación matemática como estrategia didáctica: una perspectiva procedimental de formación académica y científica. *RTED*, vol. 16, n°2, pp. 259-272.
- Chevallard, Y. (1997). La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado. *Aique Grupo Editor*.
- De Lange, J. (1987). Mathematics, insight and meaning: Teaching, learning and testing of mathematics for the life and social sciences. *OW&OC*.

- Huincahue, J. (2015). Tipos de representaciones externalizadas durante el proceso de modelación: el caso del ciclo de modelación blum-borromeo. *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*.
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2011). Investigación educativa: Una introducción conceptual. *Pearson Educación 6ta edición*.
- Mendible, A., & Ortiz, J. (2003). Modelización matemática en la formación de ingenieros: La importancia del contexto. *Enseñanza de la Matemática*, Vols. 12 al 16; N° Extraordinario, 133-150.
- Ministerio de Educación de Chile, (2016). Desarrollo de habilidades: Aprender a pensar matemáticamente. 7° y 8° año de Educación Básica. Habilidad de modelamiento matemático. *Unidad de Currículum y Evaluación*.
<https://www.curriculumnacional.cl>
- Lesh, R., & Caylor, E. (2007). Methodologies for investigating relationships between concept development and the development of problem-solving abilities. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(3), 173-194.
- Lyon, J. A., & Magana, A. J. (2020). Computational thinking in higher education: A review of the literature. *Computer Applications in Engineering Education*, 28(5), pp 1174–1189.
- Plaza, L. (2017). Modelación matemática en ingeniería. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIEC*.
- Pollak, H. O. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. *UNESCO (Ed.), New Trends in Mathematics Teaching*, vol. 4, pp. 232–248.
- Redish, E. (2005). Problem solving and the use of math in physics courses. *Proceedings of the World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change*, pp. 1–10.
- Rodríguez, R. & Quiroz, S. (2016). El rol de la experimentación en la modelación matemática. *Artículo de Investigación de Educación Matemática*, vol. 28, núm. 3.
- Romo-Vázquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación Matemática, Edición 25 años*, pp 314-338.
- Servicio de Información de Educación Superior (SIES). (2023). *Análisis matrícula total en educación superior 2023*. Ministerio de Educación de Chile. Disponible en:
<https://www.mineduc.cl>

- Skovsmose, O. (2006). Research methodology and critical mathematics education. En P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology*, pp. 207–226.
- Soto, R. & Yogui, D. (2020). Análisis de las dificultades que presentan los estudiantes universitarios en matemática básica. *Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas*.
- Stillman, G., Kaiser, G., & Blomhøj, M. (2013). *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*.
- Uhden, K. et al. (2012). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science & Education*, 4(21), pp. 485-506.
- Valenzuela, D. & Mena, J. (2019). El rol de la física experimental en el ciclo de modelación. *Facultad de Ciencias básicas, Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*.
- Werle, M. & Granado, G. (2022). Estructuración y validación de una herramienta para la evaluación en actividades de modelación matemática. *Revista de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.

ANEXOS

ANEXO 1: Evaluación Diagnóstica

1. ¿Qué es la combustión?

- a) Un proceso de descomposición de compuestos orgánicos
- b) Una reacción química en la que se produce calor y luz debido a la combinación de un combustible con oxígeno
- c) Un proceso físico en el que el oxígeno se disuelve en un líquido
- d) Un proceso que ocurre solo a temperaturas bajas

3. La ecuación general de la combustión de un hidrocarburo (C_nH_{2n+2}) es:

- a) $C_nH_{2n+2} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$
- b) $C_nH_{2n+2} + O_2 \rightarrow CO + H_2O$
- c) $C_nH_{2n+2} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O + \text{energía}$
- d) $C_nH_{2n+2} + N_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

5. La ley de la conservación de la energía, que dice que la energía no se crea ni se destruye, sino que se transforma, es conocida como:

- a) Primera Ley de la termodinámica
- b) Ley de Boyle
- c) Ley de Joule
- d) Ley de Newton

7. ¿Qué es la entalpía en un proceso termodinámico?

- a) La cantidad de energía necesaria para realizar un trabajo
- b) La cantidad de calor absorbido o liberado en un proceso a presión constante
- c) La cantidad de energía asociada con la temperatura de un sistema
- d) La cantidad de energía que se disipa como trabajo

9. En un proceso adiabático, ¿qué ocurre con el calor transferido?

- a) Se libera calor al ambiente
- b) El calor no se transfiere al sistema ni del sistema

2. ¿Cuál es el principal producto de la combustión completa de un hidrocarburo?

- a) Monóxido de carbono y agua
- b) Dióxido de carbono y agua
- c) Oxígeno y nitrógeno
- d) Ácido carbónico y oxígeno

4. ¿Cuál de los siguientes gases NO es un producto de la combustión?

- a) Oxígeno
- b) Dióxido de carbono
- c) Vapor de agua
- d) Nitrógeno

6. En un ciclo termodinámico, el trabajo realizado es igual al área bajo la curva en un diagrama de:

- a) Temperatura vs. volumen
- b) Entalpía vs. presión
- c) Temperatura vs. energía
- d) Volumen vs. presión

8. La segunda ley de la termodinámica establece que:

- a) La energía se conserva
- b) El calor siempre fluye del cuerpo más frío al más caliente
- c) La entropía de un sistema aislado siempre aumenta
- d) El trabajo realizado es siempre positivo

10. ¿Qué es la entropía?

- a) Una medida de la energía interna de un sistema
- b) Una medida del desorden o aleatoriedad de un sistema

- c) Se absorbe calor del entorno
- d) El calor se convierte en trabajo

11. ¿Cuál es la fórmula que relaciona la energía interna de un gas ideal con la temperatura en la teoría cinética de los gases?

- a) $E = 3/2 nRT$
- b) $E = nRT$
- c) $E = mgh$
- d) $E = \frac{1}{2} mv^2$

13. ¿Cuál es la condición para que un proceso sea considerado una combustión completa?

- a) Exceso de oxígeno
- b) Falta de oxígeno
- c) Temperatura baja
- d) Producción de monóxido de carbono

15. ¿Cómo se denomina el proceso en el que un gas se expande sin transferir calor?

- a) Isotérmico
- b) Adiabático
- c) Isobárico
- d) Isocórico

17. La Ley de Boyle se aplica a procesos:

- a) A volumen constante
- b) A temperatura constante
- c) A presión constante
- d) A volumen y presión variables

19. En un motor de combustión interna, ¿qué tipo de energía se convierte en trabajo?

- a) Energía potencial
- b) Energía química
- c) Energía nuclear
- d) Energía eléctrica

- c) Una medida de la cantidad de trabajo realizado en un sistema

- d) Una medida de la temperatura de un sistema

12. ¿Qué ocurre cuando un gas ideal se comprime adiabáticamente?

- a) La temperatura del gas disminuye
- b) La temperatura del gas aumenta
- c) No hay cambio de temperatura
- d) El gas se evapora

14. El calor específico de una sustancia es:

- a) La cantidad de calor necesaria para cambiar la temperatura de una sustancia
- b) La cantidad de energía liberada en la combustión
- c) La cantidad de trabajo realizado en un proceso adiabático
- d) La cantidad de energía necesaria para cambiar el volumen de una sustancia

16. ¿En qué tipo de procesos termodinámicos la presión se mantiene constante?

- a) Isotérmicos
- b) Isobáricos
- c) Adiabáticos
- d) Isocóricos

18. ¿Qué sucede en un proceso isotérmico?

- a) La temperatura permanece constante mientras se realiza trabajo
- b) El volumen permanece constante
- c) La presión permanece constante
- d) La entalpía permanece constante

20. En la combustión de metano (CH₄), el reactante principal es:

- a) CO₂
- b) O₂
- c) N₂
- d) H₂O

- 21. ¿Qué representa la constante "R" en la ecuación de los gases ideales?**
- La masa molar del gas
 - La constante de Boltzmann
 - La constante de los gases ideales
 - La energía interna del gas
- 22. En un proceso adiabático reversible, ¿qué sucede con la entropía del sistema?**
- Disminuye
 - Aumenta
 - Permanece constante
 - Depende de la temperatura
- 23. ¿Qué ocurre cuando un gas se encuentra en un proceso isotérmico?**
- El gas no realiza trabajo
 - La temperatura del gas cambia constantemente
 - La energía interna del gas permanece constante
 - La presión del gas permanece constante
- 24. La eficiencia de un motor térmico ideal se determina por:**
- La temperatura del sistema
 - La temperatura de las fuentes caliente y fría
 - El trabajo realizado
 - La energía transferida al sistema
- 25. ¿Qué representa la ecuación $PV=nRT$?**
- La ecuación de estado de un gas ideal
 - La ecuación de la ley de Boyle
 - La ecuación de la ley de Charles
 - La ecuación de la ley de Avogadro
- 26. En un proceso isocórico:**
- El volumen permanece constante
 - La temperatura permanece constante
 - La presión permanece constante
 - El trabajo realizado es máximo
- 27. En un motor de combustión interna, ¿qué proceso se produce en la etapa de compresión?**
- El combustible se enciende
 - El aire se comprime a alta presión y temperatura
 - El volumen aumenta mientras la presión se mantiene constante
 - El gas se expande generando trabajo
- 28. En un proceso isocórico:**
- El volumen permanece constante
 - La temperatura permanece constante
 - La presión permanece constante
 - El trabajo realizado es máximo
- 29. ¿Cuál es la unidad estándar de la entalpía en el Sistema Internacional de Unidades?**
- Joule
 - Caloría
 - Kilocaloría
 - Kilogramo
- 30. ¿Qué es la entalpía en un proceso termodinámico?**
- La cantidad de energía necesaria para realizar un trabajo
 - La cantidad de calor absorbido o liberado en un proceso a presión constante
 - La cantidad de energía asociada con la temperatura de un sistema
 - La cantidad de energía que se disipa como trabajo

ANEXO 2: Instrumento de evaluación

PROBLEMA 1: La empresa de buceo Prosub Ltda., ubicada en Talcahuano necesita almacenar oxígeno en tanques a alta presión. Originalmente, el oxígeno ocupa un volumen de 15 litros a 1 atm de presión. Para su transporte, el gas debe ser comprimido hasta alcanzar una presión de 5 atm.
¿Cuáles son las variables involucradas?

¿Qué información proporciona el problema?

¿Qué modelo físico permite calcular el oxígeno comprimido? Escribe la expresión matemática.

¿Qué volumen ocupará el gas dentro del tanque a 5 atm?

¿Qué significa el resultado en este contexto?

Si el tanque resiste un máximo de 2,5 L ¿Qué implicancias tiene esto para la seguridad del tanque?

PROBLEMA 2: Un recipiente con gas refrigerante en un sistema de aire acondicionado se llena en una planta industrial a 10°C y ocupa un volumen de 2 litros. Durante su transporte, la temperatura ambiente aumenta hasta 60°C , con presión constante.

¿Cuáles son las variables involucradas en el problema?

¿Qué variable(s) cambia y cuál(es) se mantiene constante?

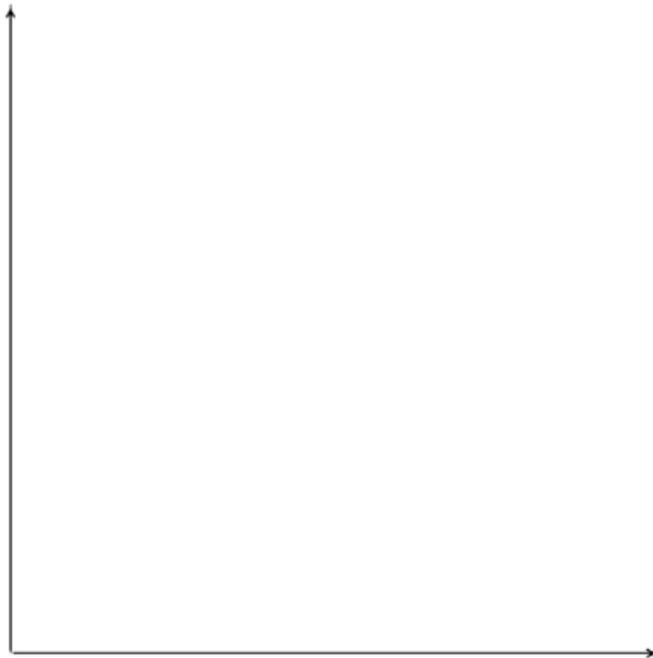
¿Qué modelo físico se debe aplicar? Escribe la expresión matemática.

¿Qué volumen alcanzará el gas, si la presión se mantiene constante?

¿Qué indica el resultado obtenido anteriormente?

¿Es coherente el resultado obtenido con la ley física?

Construye un gráfico Temperatura v/s Volumen con los resultados obtenidos



A partir del gráfico ¿qué puedes concluir?

PROBLEMA 3: Una empresa transporta cilindros con gas propano. El equipo técnico necesita prever cómo variará la presión del gas cuando el camión pase de una ciudad fría ($5\text{ }^{\circ}\text{C}$) que contiene 0.5 moles de gas y un volumen fijo de 10L a una zona más cálida ($35\text{ }^{\circ}\text{C}$), sabiendo que el volumen del cilindro es fijo. ¿Qué presión alcanzará el gas si se calienta a $35\text{ }^{\circ}\text{C}$?

¿Cuáles son los datos relevantes para resolver el problema?

¿Qué modelo físico permite calcular la presión del propano? Escribe la expresión matemática.

¿Qué presión alcanzará el gas si se calienta a $35\text{ }^{\circ}\text{C}$?

¿Qué indica la presión obtenida?

¿Cuál es la relación entre la presión y la temperatura?

PROBLEMA 4: Un gas a alta presión de 100 atm ocupa 1 litro a 300 K. Se conoce que los gases no se comportan como ideales en estas condiciones. Además, se sabe que las constantes para CO_2 son $\mathbf{a=3.592}$ ($\text{L}^2\cdot\text{atm}/\text{mol}^2$) y $\mathbf{b=0.0427}$ (L/mol). Analice la situación a partir de la ley de los gases ideales y Van der Waals.

¿Cuáles son los datos proporcionados en el problema?

¿Por qué no sirve el modelo ideal en este caso?

¿Qué modelos se deben comparar? Escriba las expresiones matemáticas.

Calcule la presión utilizando ambas ecuaciones, suponiendo que hay 1 mol.

A partir de los cálculos realizados, ¿qué se puede concluir con respecto a los modelos?

¿Cuál modelo se ajusta mejor a la realidad?

Con las mismas condiciones del problema, si el nuevo valor de la constante a es $1.390 \text{ (L}^2 \cdot \text{atm/mol}^2\text{)}$. Calcule el valor de la constante b .

Considerando el valor obtenido para la constante b y comparándolo con la siguiente tabla de valores característicos de distintos gases, ¿con cuál gas es más probable que se haya trabajado?

Gas	b (L/mol)
NH₃	0.0371
O₂	0.0318
N₂	0.0535
H₂	0.0266
CH₄	0.0428

ANEXO 3: Rúbrica de evaluación de producciones de los estudiantes

PROBLEMA 1						
ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO	Nivel 0 (Sin evidencia)	Nivel 1 (Logro parcial)	Nivel 2 (Logro competente)	
Comprensión del problema real	¿Qué datos proporcionael problema?	Identificación de datos (Presión1, Volumen1, Presión2)	No identifica los datos relevantes	Identifica dos datos correctamente	Identifica correctamente los tres datos requeridos	
Simplificación/ estructuración del problema	¿Cuáles son las variables involucradas?	Reconocimiento de variables (Presión y Volumen)	No menciona las variables	Menciona solo una variable	Reconoce correctamente presión y volumen	
Matematización	¿Qué modelo físico permite calcular el oxígeno comprimido? Escribe la expresión matemática.	Ley física del modelo (Ley de Boyle)	No menciona la ley ni menciona la fórmula	Menciona la ley, pero no escribe la fórmula o viceversa	Menciona y formula correctamente la ley de boyle	
Trabajo matemático	¿Qué volumen ocupará el gas dentro del tanque a 5 atm?	Cálculo del volumen	No realiza sustituciones ni cálculo	Sustituye, pero comete errores significativos	Sustituye correctamente y calcula el resultado	
Interpretación	¿Qué significa el resultado en este contexto?	Interpretación contextual	No explica el significado	Describe el fenómeno sin justificación	Explica la compresión del gas y su utilidad práctica	
Validación	Si el tanque resiste un máximo de 2,5 L. ¿Qué implicancias tiene esto para la seguridad del tanque?	Análisis de seguridad	No responde o da una idea sin relación	Menciona el volumen límite, pero no analiza el riesgo	Justifica adecuadamente el riesgo por sobre presión	

PROBLEMA 2						
ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO	Nivel 0 (Sin evidencia)	Nivel 1 (Logro parcial)	Nivel 2 (Logro competente)	
Comprensión del problema real	¿Cuáles son las variables involucradas en el problema?	Identificación de variables (Temperatura y Volumen)	No identifica ninguna variable	Reconoce una variable correctamente	Reconoce ambas variables correctamente	
Simplificación / estructuración del problema	¿Qué variable(s) cambia y cuál(es) se mantiene constante?	Análisis del fenómeno real	No identifica ninguna variable	Identifica que variable cambia, pero no la variable constante o viceversa	Identifica la variable que cambia y la que se mantiene constante	
Matematización	¿Qué modelo físico se debe aplicar? Escribe la expresión matemática	Ley física del modelo (Ley de Charles)	No aplica la ley ni menciona la fórmula	Menciona la ley sin fórmula	Menciona y formula correctamente la ley de Charles	
Trabajo matemático	¿Qué volumen alcanzará el gas, si la presión se mantiene constante?	Cálculo del volumen	No realiza el cálculo	Realiza el cálculo con errores	Realiza el cálculo correctamente	
Interpretación	¿Qué indica este resultado?	Análisis del resultado	No da explicación	Menciona el cambio del volumen sin justificar	Explica que el volumen aumenta por la temperatura	
Validación	¿Es coherente el resultado obtenido con la ley física?	Validación conceptual	No valida	Asevera correctamente sin justificar	Valida y justifica con argumento sólido	
Representación	Construye un gráfico Temperatura v/s Volumen con los resultados obtenidos	Representación gráfica	No presenta gráfico	Presenta mal construido (ejes invertidos)	Presenta gráfico correcto con tendencia creciente	
Interpretación / validación del modelo	A partir del gráfico ¿qué puedes concluir?	Análisis gráfico	No concluye a partir del gráfico	Interpreta mal la relación entre Volumen y Temperatura	Menciona la relación lineal directa	

PROBLEMA 3						
ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO	Nivel 0 (Sin evidencia)	Nivel 1 (Logro parcial)	Nivel 2 (Logro competente)	
Comprensión del problema	¿Cuáles son los datos relevantes para resolver el problema?	Identificación de datos (Temperatura1, Temperatura2, Volumen, número de moles)	No identifica datos	Identifica a lo más 3 datos	Identifica correctamente los 4 datos	
Matematización	¿Qué modelo físico permite calcular la presión del propano? Escribe la expresión matemática.	Ley física del modelo (Ecuación de los gases ideales)	No menciona ni escribe el modelo	Menciona modelo sin fórmula	Menciona y escribe correctamente la ecuación de gases ideales	
Trabajo matemático	¿Qué presión alcanzará el gas si se calienta a 35 °C?	Cálculo de presión	No sustituye	Sustituye con errores (sin transformar la T a Kelvin)	Sustituye correctamente y calcula la presión	
Interpretación	¿Qué indica la presión obtenida?	Interpretación contextual	No explica	Explica que la Temperatura aumenta y la Presión disminuye o viceversa	Explica que la Temperatura y Presión aumenta	
Validación	¿Cuál es la relación entre la presión y la temperatura?	Análisis conceptual	No explica relación	Menciona relación errónea (inversamente proporcionales)	Reconoce proporción directa	

PROBLEMA 4						
ETAPA	PREGUNTA	CRITERIO	Nivel 0 (Sin evidencia)	Nivel 1 (Logro parcial)	Nivel 2 (Logro competente)	
Comprensión del problema	¿Cuáles son los datos proporcionados en el problema?	Reconocimiento de datos (Presión, Volumen, Temperatura, moles, constantes a y b)	No reconoce datos	Menciona a lo más 4 datos	Reconoce todos los datos	
Evaluación del modelo previo	¿Por qué no sirve el modelo ideal en este caso?	Reconocimiento de condiciones físicas no ideales	No identifica condiciones	Menciona sin explicación	Reconoce y justifica condiciones no ideales	
Matematización	¿Qué modelos se deben comparar? Escriba las expresiones matemáticas.	Comparación teórica	No menciona las ecuaciones a comparar	Menciona una de las ecuaciones	Menciona y formula ambos modelos correctamente	
Trabajo matemático	Calcule la presión utilizando ambas ecuaciones.	Resolución matemática	No realiza cálculo	Realiza uno solo correctamente o alguno con errores.	Realiza correctamente ambos cálculos	
Interpretación / Evaluación	¿Qué puede concluir a partir de los cálculos realizados?	Comparación de modelos	No analiza	Compara modelos sin justificación clara	Concluye que el modelo ideal sobrestima la presión	
Validación	¿Cuál modelo se ajusta mejor a la realidad?	Validación conceptual	No justifica	Menciona diferencias sin explicar	Justifica que Van der Waals es más realista	
Refinamiento del modelo	Calcule el valor de la constante b	Cálculo matemático	No realiza el cálculo	Realiza el cálculo con errores	Realiza el cálculo correctamente	
Interpretación contextual	¿Con cuál gas es más probable que se haya trabajado?	Identificación del gas	No responde	Identificación incorrecta	Identifica correcta del gas (nitrógeno)	

ANEXO 4: Validación de instrumento de evaluación - Experto 1

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Yo, Carolina Quiroz Valdebenito , portadora de la C.I. n°: 18146912-9, de profesión Magister en ciencias de la Educación, Mención Didáctica e innovación pedagógica por medio de la presente hago constar que he leído y evaluado el instrumento de recolección de datos correspondiente al Proyecto “**Análisis del tránsito en las etapas del ciclo de modelación matemática en estudiantes de mecánica industrial en la asignatura máquinas térmicas del centro de formación técnica profesional de Lota**”, presentado por los estudiantes Karol Campos Soto, Matías Contreras Rivera, para optar al grado de **Licenciado en Educación**, el cual apruebo en calidad de validador.



Firma Validador/a

ANEXO 5: Validación de instrumento de evaluación - Experto 2

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Yo, Claudia Alejandra Rebolledo Aguilera, portadora de la C.I. n°:9.713.439-1, de profesión Licenciada en educación - Pedagogía, MENCIÓN Matemática por medio de la presente hago constar que he leído y evaluado el instrumento de recolección de datos correspondiente al Proyecto **“Análisis del tránsito en las etapas del ciclo de modelación matemática en estudiantes de mecánica industrial en la asignatura máquinas térmicas del centro de formación técnica profesional de Lota”**, presentado por los estudiantes Karol Campos Soto, Matías Contreras Rivera, para optar al grado de **Licenciado en Educación**, el cual apruebo en calidad de validador.



Firma Validador/a

ANEXO 6: Validación de instrumento de evaluación - Experto 3

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Yo, Gerardo Andrés Urra Barra, portador de la C.I. n°: 18.286.515-K, de profesión Profesor de educación media en matemática, MENCIÓN matemática por medio de la presente hago constar que he leído y evaluado el instrumento de recolección de datos correspondiente al Proyecto **“Análisis del tránsito en las etapas del ciclo de modelación matemática en estudiantes de mecánica industrial en la asignatura máquinas térmicas del centro de formación técnica profesional de Lota”**, presentado por los estudiantes Karol Campos Soto, Matías Contreras Rivera, para optar al grado de **Licenciado en Educación**, el cual apruebo en calidad de validador.



Firma Validador/a

ANEXO 7: Consentimiento informado para estudiantes

Por medio del presente documento, autorizo de manera voluntaria mi participación en la investigación titulada “Análisis del tránsito en las etapas del ciclo de modelación matemática en estudiantes de Mecánica Industrial en la asignatura Máquinas Térmicas del Centro de Formación Técnica Profesional de Lota”, dirigida por el docente Matías Felipe Contreras Rivera. Se me ha informado de forma clara el propósito del estudio, que consiste en analizar cómo los estudiantes enfrentan problemas físico-matemáticos en relación con las distintas etapas del ciclo de modelación matemática y se me ha explicado que mi participación consistirá en resolver problemas contextualizados, permitiendo el análisis de mis producciones escritas, garantizándose en todo momento la confidencialidad de la información mediante el uso de seudónimos. Entiendo que mi participación es completamente voluntaria, que puedo retirarme en cualquier momento sin consecuencias negativas para mí y que esta investigación ha sido aprobada por la coordinación académica del establecimiento. Declaro haber comprendido la información entregada y firmo este consentimiento de manera libre e informada.

Declaración del estudiante:

He leído (o se me ha leído) esta información y he comprendido el objetivo del estudio, así como mis derechos como participante. Acepto participar voluntariamente en esta investigación.

Nombre completo del estudiante:

Firma del estudiante: _____

Fecha: ____ / ____ / _____