



UNIVERSIDAD  
SAN SEBASTIAN

SEDE CONCEPCIÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO SÍSMICO MEDIANTE MÉTODO  
ESTÁTICO DE UN EDIFICIO DE HORMIGÓN ARMADO EN BASE A  
MARCOS, REFORZADO CON CFRP DEBIDO A CAMBIO DE CATEGORIA  
OCUPACIONAL EN CHILE

Memoria para Optar al Título de Ingeniero Civil

Profesor Guía: MSc Patricio Uarac Pinto.

Alumno: Gabriel Alegría Barrientos.

Concepción, 12 de agosto, 2019.

© (Gabriel Alegría Barrientos)

Se autoriza la reproducción parcial o total de esta obra, con fines académicos, por cualquier forma, medio o procedimiento siempre y cuando se incluya cita bibliográfica del documento.

## HOJA DE CALIFICACIÓN.

En Concepción, el 12 de agosto de 2019, los abajo firmantes dejan constancia que el alumno Gabriel Esteban Alegría Barrientos de la carrera Ingeniería Civil ha aprobado la memoria para Optar al título de Ingeniero Civil con una nota de \_\_\_\_\_.

---

Profesor MSc Patricio Uarac Pinto

---

Profesor MSc Gian Carlo Giuliano

## **Agradecimientos**

A mis padres Rubén y Cecilia, por su apoyo incondicional durante toda mi vida para poder lograr este anhelado objetivo, por hacerme creer y enseñarme a que todos podemos salir adelante con esfuerzo, constancia y perseverancia.

A Rocío que siempre estuvo dispuesta a brindarme su apoyo, consejos y compañía.

A mi hermano Mario Alegría y Alejandro Oyarzun por siempre estar preocupado de mí, brindándome palabras de apoyo, buen humor y cariño de hermano e hijo.

A mi sobrino Maxito por enseñarme que no hay jamás que darse por vencido.

Al Profesor Patricio por su paciencia, ayuda y consejos en la realización de mi proyecto de título.

# Índice

## Índice

Capítulo I: Introducción.....	1
1.1 Justificación.....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.2.1 Objetivo general.....	2
1.2.2 Objetivos específicos.....	2
1.3 Alcances.....	3
1.4 Metodología.....	4
Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural. ....	5
2.1 Materiales FRP.....	5
2.2 Características de los FRP.....	6
2.3 Comportamientos de FRP sometidos a cargas.....	7
2.4 Consideraciones ambientales.....	8
2.5 Resistencia de diseño con FRP.....	9
2.6 CFRP como refuerzo estructural.....	10
2.7 Formatos de CFRP.....	11
2.7.1 Pletinas elaboradas con CFRP.....	11
2.7.2 Tejidos de carbono.....	12
2.8 Propiedades Físicas y mecánicas Sistemas CFRP.....	13
2.9 Campo de aplicación para los CFRP.....	13
2.9.1 Aplicaciones Sísmicas del CFRP.....	14
2.9.2 Aplicación de sistema CFRP en vigas.....	14
2.9.3 Aplicaciones en muros de hormigón o albañilería.....	15
2.9.4 Aplicaciones en columnas.....	16
2.9.5 Aplicaciones en losas.....	16
CAPITULO III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP.....	18
3.1 Diseño a flexión.....	18
3.1.1 Capacidad nominal a flexión.....	18
3.1.3 Modos de falla.....	19
3.1.4 Esfuerzo en FRP y acero.....	22
3.1.5 Ductilidad en diseño a flexión.....	24
3.1.6 Filosofía de diseño.....	24
3.1.7 Capacidad de servicio.....	24
3.1.8 Límite de esfuerzo de rotura por fluencia plástica y fatiga.....	25
3.2 Diseño a corte.....	26
3.2.2 Esfuerzo tensional en refuerzo a cortante.....	28
3.2.3 Deformación Efectiva en el FRP.....	28
3.2.4 Límites de refuerzo.....	30
3.3 Diseño de elementos sometidos a carga axial o flexo-compresión.....	30
3.3.1 Tracción axial pura.....	30
3.3.2 Carga compresión axial y flexión.....	31
3.3.3 Consideraciones diseño.....	35

# Índice

3.3.4 Flexo-compresión.....	36
3.4 Diseño Marcos especiales.....	37
3.4.1 Marcos especiales sismorresistentes.....	38
Capítulo IV: Caso de estudio. ....	39
4.1 Caso de estudio.....	39
4.2 Estados de Carga.....	39
4.2.1 Sobrecargas de uso.....	40
4.3 Combinaciones de Carga.....	41
4.4 Propiedades mecánicas de los materiales.....	41
4.5 Análisis Estático.....	42
4.6 Resultados.....	43
Reforzamiento a flexión de viga.....	46
Capítulo V Comentarios y conclusiones.....	56
Referencias.....	59
Anexos.....	62

## Índice Figuras

## Índice Figuras

Figura 2.1	Fibras de carbono .....	5
Figura 2.2	Fibras de vidrio .....	6
Figura 2.3	Relación esfuerzo-deformación CFRP y acero.....	8
Figura 2.4	Causas de Reforzamiento .....	12
Figura 2.5	Refuerzo a flexión mediante pletinas de CFRP en vigas.....	15
Figura 2.7	Refuerzo estructural de corte y confinamiento con tejidos de CFRP	16
Figura 2.8.	Refuerzo por flexión con pletinas de CFRP en losas.....	17
Figura 3.1	Esquemas de envolturas de FRP para refuerzo a corte .....	27
Figura 3.2	Dimensiones manejadas para los cálculos del refuerzo a corte .....	27
Figura 3.3	Modelo de esfuerzo-deformación para hormigón confinado con FRP .....	32
Figura 3.4	Sección transversal equivalente .....	34
Figura 4.1	diseño edificio realizado en Etabs, modelo A. ....	45
Figura 4.3	diseño edificio realizado en Etabs, modelo B. ....	45
Figura 4.1	Diagrama Pu-Mu.....	53

## Índice Tablas

## Índice Tablas

Tabla 2.1 Valores de los módulos elásticos de un laminado unidireccional.....	6
Tabla 2.2 Valores de las propiedades de FRP en base a carbono y vidrio.....	7
Tabla 2.3 Valores de reducción ambiental para sistemas FRP .....	9
Tabla 2.7 Propiedades mecánicas y físicas sistemas CFRP .....	13
Tabla 3.1 Tipos de fallas para diseño a flexión y causa de esta.....	20
Tabla 3.2 Límites de esfuerzo para carga de servicio para refuerzo FRP. ....	25
Tabla 4.1 Solicitaciones Modelo A.....	40
Tabla 4.2 solicitaciones Modelo B.....	41
Tabla 4.3 Propiedades Hormigón armado .....	42
Tabla 4.4 Propiedades Acero de Refuerzo.....	42
Tabla 4.5 Pesos sísmicos y Fuerza Sísmica Total.....	43
Tabla 4.6 Fuerzas estáticas y momento torsor por piso para el Modelo A .....	44
Tabla 4.7 Fuerzas estáticas y momento torsor por piso para el Modelo B .....	44
Tabla 4.8 Características de la sección. ....	46
Tabla 4.9 Resumen de solicitaciones para la viga. ....	46
Tabla 4.10 Resumen Propiedades CFRP.....	46
Tabla 4.11 Cálculos previos propiedades materiales.....	47
Tabla 4.12 Cálculos de deformación estado inicial existente y estado de delaminación.....	47
Tabla 4.13 Cálculo del nivel de resistencia en el refuerzo de acero y en el CFRP .....	47
Tabla 4.14 Cálculo de la resistencia a flexión de la sección.....	48
Tabla 4.15 Verificación en los esfuerzos de servicio en el refuerzo de acero y en el CFRP. ....	48
Tabla 4.16 Resumen las solicitaciones para la viga. ....	48
Tabla 4.17 Resumen las Propiedades CFRP .....	49
Tabla 4.18 Cálculos CFRP a corte, deformación efectiva en el refuerzo CFRP. ....	49
Tabla 4.19 Cálculos a la contribución del refuerzo CFRP en capacidad a corte. ....	49
Tabla 4.20 Cálculos a la contribución a esfuerzo de corte de la sección.....	49
Tabla 4.21 Características de la sección. ....	50
Tabla 4.22 Resumen de solicitaciones para columna.....	50
Tabla 4.23 Resumen de las Propiedades CFRP .....	50
Tabla 4.24 Cálculos previos propiedades materiales.....	51
Tabla 4.25 Cálculos de deformación estado inicial existente y estado de delaminación.....	51
Tabla 4.26 Cálculo del nivel de resistencia en el refuerzo de acero y en el CFRP .....	51
Tabla 4.27 Cálculo de la resistencia a flexión de la sección .....	52
Tabla 4.28 Verificación en los esfuerzos de servicio en el refuerzo de acero y en el CFRP. ....	52
Tabla 4.29 Geometría y propiedades de la columna .....	54

## Índice Tablas

Tabla 4.30 Propiedades de a fibra de carbono. ....	54
Tabla 4.31 Cálculo de las propiedades de diseño del CFRP.....	54
Tabla 4.33 Cálculo del máximo esfuerzo de confinamiento debido al recubrimiento de CFRP. ....	55
Tabla 4.34 Verificación de la deformación unitaria máxima del concreto confinado .....	55

## Glosario

## Glosario

$f_{fu}$ : Tensión última de diseño [MPa].

$C_E$ : Factor de reducción ambiental.

$f'_{fu}$ : Tensión última de diseño especificada por el fabricante [MPa].

$\varepsilon_{fu}$ : Deformación unitaria última de diseño del FRP [mm/mm].

$\varepsilon'_{fu}$ : Deformación unitaria última de diseño del FRP especificada por el fabricante [mm/mm].

$R_n$  : Resistencia nominal (sección de hormigón antes de ser reforzada).

$S_{DL}$  : Solicitación carga peso propio.

$S_{LL}$  : Solicitación por sobrecarga.

$\varepsilon_E$  : Módulo de elasticidad CFRP.

$f'_{fu}$ : Resistencia a la tracción.

D: Densidad.

$\varepsilon'_{fu}$ : Deformación unitaria a la rotura.

$M_n$  : Resistencia nominal a flexión de una sección de hormigón, [N – mm].

$f_y$ : Tensión de fluencia en el acero de refuerzo. [MPa].

$A_S$ : Área del acero de refuerzo, [mm<sup>2</sup>].

d : Distancia desde la fibra extrema en compresión al centroide del acero de refuerzo en tensión, [mm].

$\beta'$  : factor que relaciona la profundidad del bloque rectangular equivalente de esfuerzos de compresión con profundidad de eje neutro.

c : distancia desde la fibra extrema en compresión al eje neutro, [mm<sup>2</sup>].

$A_f$ : Área de refuerzo del FRP, [mm<sup>2</sup>].

$f_{fe}$ : Tensión efectiva en estado límite último de refuerzo FRP, [MPa].

$f_S$ : Tensión en el acero de refuerzo, [MPa].

b : Ancho de la sección de hormigón, [mm].

$\alpha$  : Factor de multiplicación de  $f'_c$  para determinar el ancho del bloque rectangular de esfuerzos.

$f'_c$  : Resistencia cilíndrica especificada a la compresión del hormigón, [MPa]

## Glosario

$\varepsilon_{fe}$  : Deformación unitaria efectiva en el FRP en estado límite último, [mm/mm].

$\varepsilon_{cu}$  : Deformación unitaria última del hormigón  $0,85 \times f_c$  o  $0,003$  [mm/mm].

$\varepsilon_{bi}$  : Deformación inicial en la sección de hormigón en el momento de instalación de FRP (tensión positiva), [mm/mm].

$\varepsilon_{fd}$  : Deformación unitaria en el FRP en estado de delaminación o desprendimiento, [mm/mm].

$d_f$  : Profundidad efectiva del refuerzo de flexión FRP, [mm/mm].

$f'_c$  : Resistencia cilíndrica especificada a la compresión del hormigón, [MPa].

$E_f$  : Módulo de elasticidad a tracción de FRP, [MPa].

$n$  : Numero de pliegues de refuerzo de FRP.

$t_f$  : Espesor nominal de una lámina de refuerzo de FRP, [mm].

$\varepsilon_{fu}$  : Deformación unitaria última de diseño por tracción de FRP, [mm/mm].

$E_s$  : Modulo elasticidad del acero de refuerzo, [MPa].

$K$  : Relación entre profundidad de eje neutro y fibra extrema en compresión.

$M_s$  : Momento de servicio en la sección del hormigón ( $M_{PP} + M_{SC}$ ), [N – mm]

$h$  : Altura de la sección de hormigón armado, [mm].

$d$  : Distancia desde la fibra extrema en compresión al centroide del acero de refuerzo en tensión, [mm].

$b_w$  : Ancho del alma de la sección [mm].

$d_{fv}$  : Profundidad del refuerzo a corte del FRP.

$w_f$  : Ancho de lámina FRP (mm).

$S_f$  : Distancia entre los centros de láminas FRP, [mm].

$f_{fe}$  : Tensión efectiva en el refuerzo FRP en el estado límite último, [MPa].

$t_f$  : Espesor nominal de una lámina de refuerzo de FRP.

$n$  : Número de pliegues de FRP.

$\alpha$  : Ángulo que forma la fibra extrema en tracción con la franja del FRP, (°).

$k_1$  : Factor de modificación que considera la resistencia del hormigón.

$k_2$  : Factor de modificación que considera el patrón de envoltura del FRP.

$L_e$  : Longitud de adherencia efectiva de la lámina FRP, (mm).

$\varepsilon_{fu}$  : Deformación unitaria última de diseño por tracción de FRP, [mm/mm].

## Glosario

$f'_{cc}$ : Resistencia a compresión en el hormigón confinado con FRP, [MPa].

$E_2$ : Pendiente de la curva esfuerzo-deformación de la sección confinada con FRP, [MPa]

$E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón, [MPa]

$\epsilon_c$ : Deformación unitaria de transición en la curva de esfuerzo-deformación del hormigón, confinado con FRP, [mm/mm].

$f'_c$ : Resistencia especificada a la compresión del hormigón, [MPa].

$f_c$ : Esfuerzo de compresión del hormigón, [MPa].

$k_a$ : es un factor de eficiencia de confinamiento que depende de la geometría de la columna.

$f_1$ : Presión máxima de confinamiento.

$k_b$ : representa la geometría de la sección en el cálculo de la deformación axial última.

DL: Cargas permanentes.

LL: Sobrecarga de uso.

Lr: Cargas de uso de techumbre.

S: Sismos estáticos en cada dirección de análisis sin considerar torsión accidental (Incluye  $S_x$ ,  $S_y$ ).

## Resumen

Los compuestos de *Fiber Reinforced Polymer* FRP (fibra de refuerzo de polímero por sus siglas en inglés) pueden utilizarse para refuerzo de materiales como hormigón, acero y plásticos, además para rehabilitación, reparación o mejoramiento de estructuras.

Los FRP se fabrican a partir de fibras embebidas en una matriz de resina epóxica (resina polimérica), la que protege las fibras del y distribuye uniformemente las cargas entre estas.

Los compuestos de *Carbon Fiber Reinforced Polimer* CFRP se caracterizan por sus propiedades mecánicas como la anisotropía, es decir, sus propiedades varían al medirse respecto a diferentes direcciones, además por tener una alta elasticidad, alta densidad y un bajo peso.

Para el desarrollo del caso de estudio se genera un análisis de variables, factores y métodos para el empleo de CFRP, que es usado como método de refuerzo para una edificación debido a su cambio de categoría ocupacional en Chile.

Tras los cálculos se logra verificar el cumplimiento del compuesto como método de refuerzo para viga y columna, también se verifica el aporte del elemento al aumento de las capacidades resistente de la estructura sin generar variaciones en el ámbito sísmico, ya que el peso del compuesto es despreciable, por tanto, fuerzas sísmicas y momentos torsores no se ven aumentados.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones.

**Abstract**

Fiber Reinforced Polymer FRP composites can be used for reinforcement of materials such as concrete, steel and plastics, as well as for rehabilitation, repair or improvement of structures.

The FRPs are manufactured from fibers embedded in an epoxy resin matrix (polymeric resin), which protects the fibers and evenly distributes the charges between them.

Carbon Fiber Reinforced Polymer CFRP compounds are characterized by their mechanical properties such as anisotropy, that is, their properties vary when measured with respect to different directions, in addition to having high elasticity, high density and low weight.

For the development of the case study, an analysis of variables, factors and methods for the use of CFRP is generated, which is used as a reinforcement method for a building due to its change in occupational category in Chile.

After calculations it is possible to verify the compliance of the FRP as a reinforcement method for beam and column, the contribution of the element to the increase of the resistant capacities of the structure is also verified without generating variations in the seismic scope, since the weight of the compound is negligible, therefore, seismic forces and torso moments are not increased.

Finally, the conclusions and recommendations are presented.

# Capítulo I: Introducción.

## Capítulo I: Introducción.

### 1.1 Justificación

Chile es uno de los países del mundo más proclives a sufrir sismos debido a su localización geográfica en el Cinturón de Fuego del Pacífico, estos ocasionan distintos tipos de daños en edificaciones, pudiendo llegar a la inhabilitación de algunas debido a derrumbes, fallas en vigas y columnas o en los servicios básicos, debiendo acudir a la rehabilitación o reparación, donde la velocidad de ejecución para realizar tareas de refuerzo y/o rehabilitación estructural y puesta en marcha de edificios de importancia se hace imperativa, comprometiendo problemáticas como: áreas de trabajo disminuido, áreas sin accesibilidad y sin espacio para grandes maniobras.

Por otro lado, existen casos de edificios que cambian de uso teniendo que recurrir en algunos casos a sistemas de refuerzos para suplir las nuevas solicitudes de carga, provocando inclusive su cambio de categoría, no correspondiendo a la diseñada originalmente.

Los sistemas de refuerzo en base a *Carbon Fiber ribber polimer* (fibras de polímeros de carbono reforzadas por sus siglas en inglés CFRP) se presenta como alternativa de sistema de refuerzo estructural debido a sus propiedades mecánicas, como la alta elasticidad y un bajo peso, el que además contribuye al usuario para su transporte y aplicación.

# **Capítulo I: Introducción.**

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo general**

Analizar el comportamiento sísmico de una estructura diseñada en base a marcos de hormigón armado reforzada con CFRP.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

Identificar características y propiedades del sistema CFRP como método de refuerzo para elementos de hormigón armado.

Diseñar una estructura en base a marcos de hormigón armado.

Diseñar sistema de refuerzo para una estructura de hormigón armado debido a cambio de categoría habitacional.

# Capítulo I: Introducción.

## 1.3 Alcances

El estudio contempla el análisis de sistemas de refuerzo FRP y sus condiciones como refuerzo estructural.

Se detallarán y analizarán sus parámetros según ACI 440-2R.

Se diseñará un edificio en base a Método estático según Nch 433 Of. 96, Mod 2009, Nch 1537, 3157 y ACI 318-08.

El edificio para diseñar será en base a marcos especiales de 5 niveles con una altura por nivel de 2.5 [m], se diseñarán columnas y vigas, no así los nudos, según ACI 318-08 capítulo 21.

Los cálculos se realizarán en un escenario fijado en la ciudad de Concepción, Chile como locación geográfica, una estructura categoría III y un tipo de suelo C.

Para diseño de modelo se utilizará el *software Etabs*

Se generará un nuevo escenario, con mayores solicitaciones de demanda donde se obtendrán secciones críticas mediante *software Etabs*, las que se reforzarán con CFRP de acuerdo con ACI 440-2R, además se utilizará el manual de refuerzos a base de sistemas FRP obtenidos de Sika S.A.

El diseño de reforzamiento se realizará por medio de tablas Excel y *software Etabs*.

Se despreciarán fallas por capacidad térmica, incendios y accidentes por terceros como golpes o cualquier tipo de vandalismo.

# Capítulo I: Introducción.

## 1.4 Metodología

La metodología por utilizar corresponde a una aplicación de análisis práctico y analítico.

Se identificará sistemas CFRP detallando sus características, funcionamiento, procedimiento de instalación y diseño a flexión, corte y flexo-compresión.

Se elaborará un modelo basado en un edificio de 5 niveles en base a marcos de hormigón armado por medio de *software Etabs*.

El análisis se realizará por método estático especificado en Nch 433 Of, 96 Mod, 2009, donde las fuerzas sísmicas obtenidas y momentos torsor serán ingresados al *software Etabs*.

Se diseñarán vigas y columnas para flexión, corte y flexo-compresión, según ACI 318-08.

Mediante *software Etabs* se generará un nuevo escenario donde aumentarán las solicitaciones de carga, se identificarán secciones críticas para realizar el diseño del refuerzo según ACI 440-2R, aplicarlo mediante uso de códigos de diseño descritos y analizar el comportamiento sísmico de la estructura reforzada con CFRP, finalmente con los resultados obtenidos se comparará el modelo B con y sin reforzamiento para analizar variables que influyen en la capacidad sísmica de la estructura, como peso propio, fuerzas sísmicas y momentos torsores, para luego generar conclusiones .

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

### 2.1 Materiales FRP

Los materiales FRP están compuestos de dos elementos, la fibra y una resina polimérica (epóxica). La fibra se impregna con esta resina con el fin de protegerla y lograr una distribución uniforme de las cargas.

Existen variadas fibras sintéticas, donde predominan las fibras de carbono, fibras de vidrio y fibras de aramidas.

Las fibras sintéticas se utilizan para el reforzamiento de diferentes tipos de estructuras, generalmente pegándolas exteriormente al elemento a reforzar, ya sea en forma de tejidos o pletinas, o interiormente del elemento de hormigón para ejercer la función de las barras de acero.

Las figuras 2.1 y 2.2 muestran los aspectos de las fibras de carbono y vidrio.



Figura 2.1 Fibras de carbono. (Fuente: *Hexcel corporation*, catálogo fibra de carbono, 2018).

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.



Figura 2.2 Fibras de vidrio. (Fuente: *Agy holding corp., s-2 glass fiber, 2004*).

### 2.2 Características de los FRP

Los sistemas de refuerzo en base a FRP poseen características similares, donde la ductilidad y resistencias últimas son los principales diferenciadores. En la Tabla 2.1 se muestran los módulos elásticos de un laminado unidireccional mientras que en la Tabla 2.2 se muestran las propiedades de FRP en base a carbono y vidrio.

Tabla 2.1 Valores de los módulos elásticos de un laminado unidireccional.

Material (Fibra + resina)	Longitudinal GPa	Transversal GPa	Corte GPa	Coefficiente de Poisson
Carbono + Epóxica	181	10,3	7,17	0,30
Vidrio + Epóxica	54,10	14,05	5,44	0,25

Fuente: QuakeWrap™ catalog, 2009.

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

Tabla 2.2 Valores de las propiedades de FRP en base a carbono y vidrio.

Tipo de fibra	Módulo Elasticidad a tracción, GPa	Resistencia a tracción, MPa	Deformación axial a rotura, %	Densidad, g/cm <sup>3</sup>
Carbono (mód. bajo)	170	1380	0,90	1,90
Carbono (mód. medio)	380	1720	0,40	2,00
Carbono (mód. alto)	760	2210	0,30	2,15
Vidrio	81	3450	4,88	2,60
Vidrio	89	4590	5,70	2,48

Fuente: Manual Sika Chile, Especificaciones Técnicas, Catálogo de Productos, Centro de Diagnóstico del Hormigón, 2015.

### 2.3 Comportamientos de FRP sometidos a cargas

Los sistemas FRP se caracterizan al igual que el acero de un comportamiento lineal hasta el punto de fluencia, ver Figura 2.3, las condiciones de la carga pueden afectar a las diferentes fibras de los sistemas FRP. La tolerancia al impacto de los sistemas de refuerzos en base a vidrio y aramida, demuestran una mejor tolerancia al impacto que los sistemas en base a fibras de carbono. (QuakeWrap™ catalog, 2009).

Por otro lado, los sistemas en base a fibras de vidrio en comparación a los sistemas en base a carbono son más proclives a fallas por fatiga y a la ruptura por fluencia plástica bajo una carga sostenida. La falla por fatiga afecta principalmente componentes no estructurales incorporados que forman parte del edificio; chapas, iluminaria, tabiques, ventanas, entre otras. (QuakeWrap™ catalog, 2009).

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

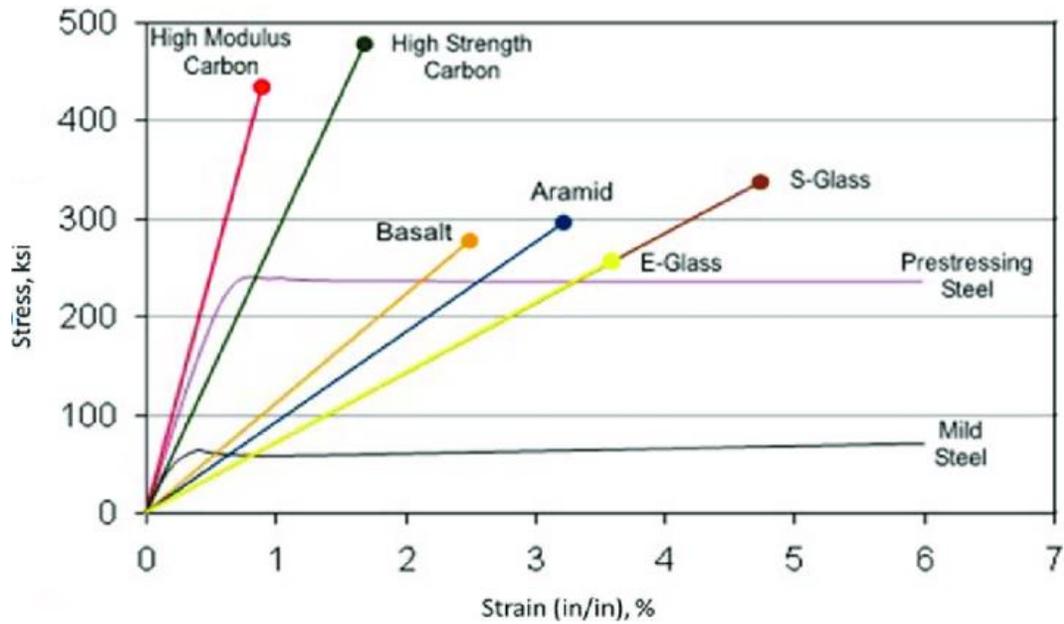


Figura 2.3 Relación esfuerzo-deformación CFRP y acero. (Fuente: *Synthesis of Concrete Bridge Piles Prestressed with CFRP Systems*, 2017).

### 2.4 Consideraciones ambientales

Las condiciones ambientales se deben tomar en cuenta, puesto que puede ocasionar fallas no previstas e incluso deteriorar aún más la edificación a reforzar.

Condiciones ambientales como bajas y altas temperaturas o la humedad pueden reducir las propiedades del FRP como la resistencia a tensión, la ruptura por fluencia plástica y la resistencia a la fatiga. Por esto se aplican factores de reducción los que dependen del ambiente y la exposición del elemento a reforzar.

La Tabla 2.3 muestra factores de reducción ambiental para sistemas FRP basados en carbono y vidrio según su condición de exposición.

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

Tabla 2.3 Valores de reducción ambiental para sistemas FRP.

Exposición	Fibra-resina	Factor de reducción ambiental, $C_E$
Exposición interior	Carbono-epóxica	0,95
	Vidrio-epóxica	0,75
Exposición exterior	Carbono-epóxica	0,85
	Vidrio-epóxica	0,65
Ambientes hostiles	Carbono-epóxica	0,85
	Vidrio-epóxica	0,50

Fuente: ACI 440.2R-08.

El valor correspondiente al factor de reducción ambiental debe ser aplicado a la Ecuación 2.1 de resistencia a tensión última de diseño y a la Ecuación 2.2, la cual indica que, debido a las condiciones de exposición ambiental, la deformación de rotura deberá ser reducida según corresponda.

$$f_{fu} = C_E \times f'_{fu} \quad \text{Ecuación (2.1)}$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \times \varepsilon'_{fu} \quad \text{Ecuación (2.2)}$$

### 2.5 Resistencia de diseño con FRP

La edificación deberá resistir un nivel razonable de carga sin fallar, como lo describe la Ecuación 2.3, donde la parte izquierda corresponde a la resistencia sin sistema FRP, de manera contraria, el lado derecho corresponde a la resistencia con sistema FRP.

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

$$\phi R_n \geq (1,1 \times S_{DL} + 0,75 \times S_{LL}) \quad \text{Ecuación (2.3)}$$

### 2.6 CFRP como refuerzo estructural

La fibra de carbono es un filamento largo y delgado de 0,005 [mm] de diámetro y compuesto principalmente de átomos de carbono, es conductor eléctrico y de baja conductividad térmica.

El tejido se combina con una resina epóxica y se adhiere y moldea para dar forma a varios tipos de CFRP como pletinas, barras de carbono y tejidos.

Este material es mayoritariamente seleccionado para refuerzo de estructuras debido a sus propiedades, como su baja densidad (en comparación al acero), su elevada resistencia mecánica y alto módulo de elasticidad. (Manual Sika Chile, Especificaciones Técnicas, Catálogo de Productos, Centro de Diagnóstico del Hormigón, 2015).

Para una correcta aplicación, antes se debe preparar la sección a reforzar con arenado o lijado para eliminar cualquier partícula de polvo, luego mediante una aspiradora industrial retirar restos, así el soporte estará limpio y libre de contaminantes.

Se debe tener presente debe estar nivelada la superficie donde se empleará, las irregularidades no deben sobrepasar los 0,5 [mm] de desnivel. Si hubiera rugosidades mayores, se deberán nivelar previamente usando un mortero de reparación, además se debe cerciorar que la edad mínima del hormigón sea de 28 días y la resistencia al despegue del soporte sea menor a 1,0 [MPa].

## **Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.**

### **2.7 Formatos de CFRP**

Existen tres formatos de CFRP, los que son en su composición son similares, cambiando solo su formato para lograr reforzar la estructura, por más compleja que sea.

#### **2.7.1 Pletinas elaboradas con CFRP**

Las pletinas son láminas de polímeros reforzados con fibras de carbono, estas láminas se adhieren a las estructuras como refuerzo externo mediante un adhesivo (resina epóxica), las pletinas formadas por CFRP tienen variados usos, los que se describen en los siguientes casos:

Aumentar la capacidad de carga de una estructura, debido a: instalación de maquinaria pesada, cambio de uso del edificio y cambios de sistemas estructurales. Ver Figura 2.4.

En caso de deterioro de los materiales de construcción originales, corrosión del acero de refuerzo e incidentes como impacto de vehículos, sismos, etc.

Para mejoramiento del servicio y durabilidad de una edificación, lo que considera: reducción de la deflexión, reducción de fisuras, reducción del esfuerzo en el acero de refuerzo.

También presentan ventajas para el usuario como: poco peso del material de refuerzo no requiere de juntas, tiene pequeños espesores, es transportable en rollos, poco volumen, vienen listos para su empleo, económico de aplicar, no necesita equipos grandes ni trabajos pesados.

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

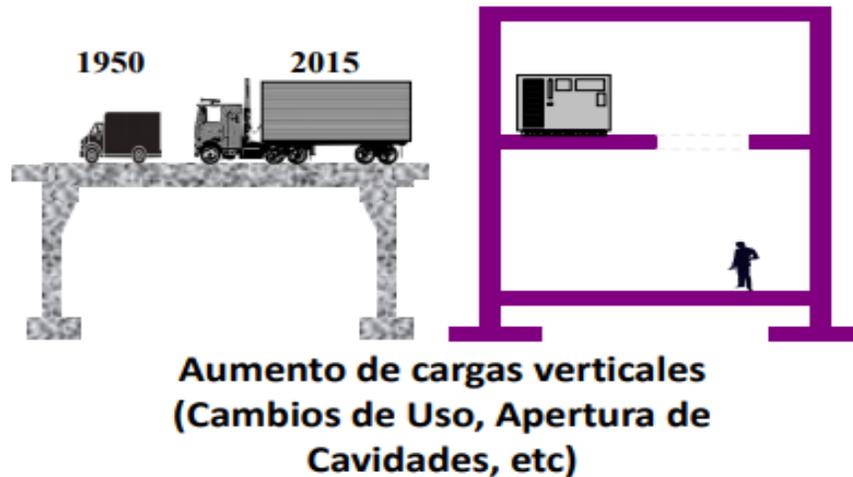


Figura 2.4 Causas de Reforzamiento. (Fuente: Manual Sika Chile, Especificaciones Técnicas, Catálogo de Productos, Centro de Diagnóstico del Hormigón,2015.)

### 2.7.2 Tejidos de carbono

El tejido de fibra de carbono comprende un tejido unidireccional cosido de fibra de carbono, se puede utilizar en diversas superficies como: hormigón armado, albañilería y madera. Es utilizado como refuerzo y para rehabilitación de estructuras debido a: impactos, sismos, esfuerzos de compresión, corte y flexión.

En albañilería es usado para mejorar el comportamiento sísmico de muros, mientras que para otras materialidades es usado para incrementar la resistencia y ductilidad de columnas, incrementar capacidad de carga de elementos estructurales. Su utilización permite realizar cambios de uso en edificaciones y reformar el diseño de estructuras y sus defectos de construcción, incrementar la vida de servicio y durabilidad de la estructura, mejorar la condición estructural.

Posee diversas ventajas como: alta flexibilidad y acomodable en diversas superficies y geometrías (vigas, columnas, muros, losas, etc.), posee una baja densidad, alta elasticidad, bajo peso adicional y bajo costo efectivo comparado con técnicas tradicionales de refuerzo. (Sika S.A.,2015).

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

### 2.8 Propiedades Físicas y mecánicas Sistemas CFRP

Los elementos CFRP se caracterizan por su propiedad anisotrópica, alta ductilidad, elasticidad y bajo peso en comparación al acero de refuerzo o pletinas de acero, las que contribuyen a la estructura con un mayor peso. Las propiedades físicas y mecánicas de pletinas y tejidos de fibra de carbono de ancho 50 [cm] para espesores  $t_f$  de 0,167 [mm] y 0,334 [mm] respectivamente se muestran en la tabla 2.7

Tabla 2.7 Propiedades mecánicas y físicas sistemas CFRP.

Propiedades físicas y mecánicas	Pletinas	Tejido $t_f = 0,334$ (mm)	Tejido $t_f = 0,167$ (mm)
$\epsilon_E$ (kg/cm <sup>2</sup> ).	1.650.000	2.200.000	2.200.000
$f'_{fu}$ (kg/cm <sup>2</sup> ).	29.000	32.000	32.000
D (gr/cm <sup>3</sup> ).	1,6	1,81	1,81
$\epsilon'_{fu}$	0,018	0,017	0,0155

Fuente: Advance Composite Fiber,2010.

### 2.9 Campo de aplicación para los CFRP

Los sistemas CFRP, se aplican como refuerzo a flexión, corte y torsión de vigas y columnas de hormigón armado, refuerzo a flexión de losas, confinamiento de muros y refuerzo al corte, con el fin de adquirir ductilidad, disipando la energía y mejorando la capacidad de deformación.

## **Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.**

### **2.9.1 Aplicaciones Sísmicas del CFRP**

En zonas sísmicas como nuestro país, el corte y momento flector debidos a sismos usualmente es el que controla el diseño con relación a las solicitaciones axiales puras en elementos verticales y cargas gravitacionales en vigas.

Investigaciones enmarcadas en el refuerzo sísmico de estructuras, han estudiado el reforzamiento de columnas. Los sistemas CFRP son usados en el confinamiento de columnas para acrecentar la capacidad axial del hormigón, o incrementar la capacidad a cortante. (Priestley, M.J.N, Calvi, G.M., and Kowalsky, M.J. 2007).

Con el refuerzo de vigas y columnas en estructuras erguidas en zonas de riesgo sísmico, la resistencia y la rigidez de la viga y columna deben ser verificados para asegurar la formación de la articulación plástica lejos de la columna y de la junta. (*Mosallam Ayman S, 2000*).

### **2.9.2 Aplicación de sistema CFRP en vigas**

El sistema CFRP aumenta la capacidad de resistencia a flexión y corte en vigas. Se puede aplicar de manera longitudinal en la cara inferior de la viga, para aumentar su resistencia a flexión, o en las caras laterales, para aumentar su resistencia al corte. En la Figura 2.5 se muestra un sistema de refuerzo estructural con pletinas de CFRP en vigas.

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

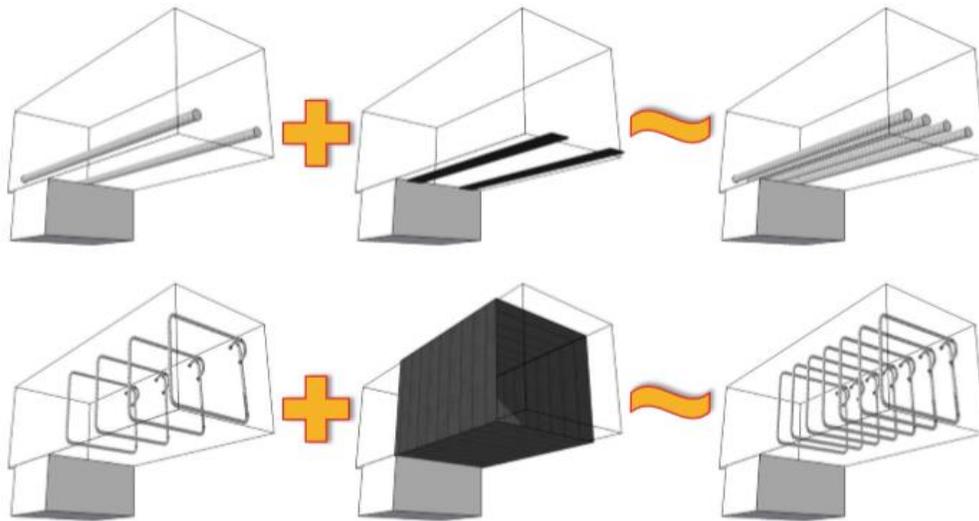


Figura 2.5 Refuerzo a flexión mediante pletinas de CFRP en vigas. (Fuente: SIKSA S.A., Refuerzo de estructuras de concreto mediante FRP,2016).

### 2.9.3 Aplicaciones en muros de hormigón o albañilería

Con esta aplicación, se aumenta la resistencia nominal frente a cargas axiales o flexión. En la Figura 2.6 se muestra el tejido CFRP aplicado a un muro para reducir esfuerzos de corte.



Figura 2.6 Refuerzo estructural de corte con tejidos de CFRP en muros. (Fuente: Catálogo Sika S.A.2016).

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

### 2.9.4 Aplicaciones en columnas

Para columnas se pueden tanto pletinas como tejidos de CFRP, con la primera aplicación se incrementa la resistencia a flexión mientras que con la segunda aumenta el confinamiento de las columnas, proporcionando además una mejoría en la capacidad a flexión. En la Figura 2.7 se ilustra una columna con refuerzo CFRP dispuesto para resistir corte en vigas y confinamiento.



Figura 2.7 Refuerzo estructural de corte y confinamiento con tejidos de CFRP. (Fuente: Catálogo Sika S.A.2016).

### 2.9.5 Aplicaciones en losas

El CFRP es utilizado como sistema de refuerzo para losas armadas en una o dos direcciones, losas industriales, de estacionamientos y puentes entre otros, con el fin de aumentar la resistencia frente a cargas de servicio, ayudando a controlar

## Capítulo II: Sistemas FRP como refuerzo estructural.

la deflexión, con la puesta de pletinas en la mayoría de los casos como lo ilustra la Figura 2.8.



Figura 2.8. Refuerzo por flexión con pletinas de CFRP en losas. (Fuente: Catálogo Sika S.A.2016).

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

### 3.1 Diseño a flexión

En el diseño a flexión se debe considerar una potencial falla por esfuerzo a corte, por tanto, se deberá verificar que la sección será capaz de resistir las fuerzas de corte que se encuentran asociadas por el aumento en la capacidad a flexión. Para aumentar la capacidad a corte se pueden utilizar láminas FRP orientadas transversalmente a la sección.

#### 3.1.1 Capacidad nominal a flexión

La capacidad nominal a flexión de la sección con refuerzo FRP puede ser calculada en base a la Ecuación 3.1 y 3.2, donde existe un factor de reducción adicional  $\Psi_f$  que es aplicado a la aportación de la resistencia a flexión del refuerzo FRP, se recomienda un factor  $\Psi_f = 0,85$ . (ACI 318-08)

$$\phi M_n = \phi \left[ A_s \cdot f_y \left( d - \frac{\beta'c}{2} \right) + \Psi_f \cdot A_f \cdot f_{fe} \left( h - \frac{\beta'c}{2} \right) \right] \quad \text{Ecuación (3.1)}$$

$$c = \frac{A_s f_s + A_f \cdot f_{fe}}{\alpha \cdot f'_c \cdot \beta' \cdot b} \quad \text{Ecuación (3.2)}$$

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

### 3.1.2 Resistencia nominal

El enfoque de diseño se basa en que el momento nominal de una sección sobrepase su demanda de momento último, como se indica en la Ecuación 3.3. La obtención del momento nominal se realiza al igual que lo dispuesto en ACI 318-08, con la sola diferencia del cambio en el factor de reducción de resistencia  $\phi$ , de 0,9 a 0,85, aplicado sólo a la contribución a flexión del refuerzo FRP.

$$\phi M_n \geq M_u \quad \text{Ecuación (3.3)}$$

La obtención de  $M_u$  es mediante *software Etabs* y el momento nominal de la sección de la viga sin CFRP se muestra en la Ecuación 3.4 y 3.5.

$$\phi M_n = \phi A_s \times f_y \left( d - \frac{\alpha}{2} \right) \quad \text{Ecuación (3.4)}$$

$$\alpha = \frac{A_s * f_y}{0,85 * f'_c * b} \quad \text{Ecuación (3.5)}$$

### 3.1.3 Modos de falla

La capacidad a flexión de una sección está controlada por su modo de falla, en la Tabla 3.1 se muestran fallas y sus causas para secciones sometidas a flexión. (*Ganga Rao, H. V. S., and Vijay, P. V., 1998*).

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

Tabla 3.1 Tipos de fallas para diseño a flexión y causa de esta.

Falla	Causa
Rotura de pletina o tejido CFRP.	Se sobrepasa el límite tensional de la pletina.
Falla por compresión del hormigón	Se alcanza la máxima deformación a compresión $\epsilon_{cu} \geq 0,003$ del hormigón.
Despegue de CFRP	Exceso de deformación en el acero de refuerzo debido a demandas.
Rotura interlaminar a lo largo de las fibras	Se sobrepasa la resistencia a corte en el CFRP
Rotura en capa de adhesivo (resina epóxica)	Esfuerzos de corte muy grandes o presencia de burbujas de aire en la resina luego de la colocación del CFRP.
Falla de adherencia CFRP-elemento	Deficiente preparación de la superficie a reforzar, instalación inadecuada.

(Fuente: Elaboración Propia).

Se requiere respecto al hormigón y acero de refuerzo, conocer su calidad, características, dimensiones, cantidad de refuerzo y su localización. También se deben conocer exactamente las condiciones de carga a las que se someterá el elemento.

### Falla por deformación del FRP

Debido a que los materiales FRP son linealmente elásticos hasta la falla, el nivel de deformación máximo en la sección será regido por el nivel de deformación desarrollado en el FRP, ya sea en el punto en el cual se produce el aplastamiento del hormigón ( $\epsilon_{cu} \geq 0,003$ ), el punto en el cual se produce la rotura del FRP (límite tensional del CFRP) o el punto en el cual se produce el desprendimiento del FRP (exceso de deformación en el acero).

### Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

Esta deformación máxima en el FRP en estado límite último, se calcula mediante la Ecuación 3.6.

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \left( \frac{d_f - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq \varepsilon_{fd} \quad \text{Ecuación (3.6)}$$

#### Falla por deformación debido al agrietamiento del hormigón

La deformación máxima unitaria utilizable en la fibra extrema sometida a compresión se supone igual a  $\varepsilon_{cu} = \varepsilon_c = 0,003$ . Fuera de la sección donde termina el FRP, podría ocurrir un fallo por despegue del refuerzo. Para prevenir este modo de falla por adherencia, provocado por el agrietamiento, se debe limitar la deformación efectiva en el FRP al nivel de deformación en el cual puede ocurrir el despegue, según se muestra en la Ecuación 3.7.

$$\varepsilon_{fd} = 0,41 \times \sqrt{\frac{f'_c}{n \times E_f \times t_f}} \leq 0,9 \times \varepsilon_{fu} \quad \text{Ecuación (3.7)}$$

El factor con valor 0,41, fue obtenido mediante pruebas a flexión de vigas reforzadas con CFRP, que exhibían un despegue causado por el agrietamiento. Para una mayor seguridad respecto a la resistencia que aporta el FRP a la sección se incluye este factor de reducción de resistencia además del factor entregado por ACI 318-08. (Teng, J. G.; Lu, X. Z.; Ye, L. P.; and Jiang, J. J., 2004).

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

Se ha observado que colocar FRP en forma de U a lo largo del refuerzo a flexión resulta en una mejora de la resistencia al despegue, con casos de mejoras de hasta un 30%. (CECS146-2003.)

Es muy importante que previamente al trabajo de reforzamiento se realice una evaluación y diagnóstico a la estructura, en el caso de ser reparadas, estudiar su estado actual. Si se coloca un sistema de refuerzo adherido sobre un hormigón dañado, no se podrá garantizar la efectividad del FRP.

### Deformación en el acero

El nivel de deformación en el acero a tracción puede ser calculado utilizando compatibilidad de deformaciones como indica la Ecuación 3.8.

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \left( \frac{d - c}{d_f - c} \right) \quad \text{Ecuación (3.8)}$$

El esfuerzo en el acero  $f_s$  es calculado a partir del nivel de deformación en el FRP, como muestra la Ecuación 3.9. Se asume un comportamiento elasto-plástico.

$$f_s = E_s * \varepsilon_s \leq f_y \quad \text{Ecuación (3.9)}$$

#### 3.1.4 Esfuerzo en FRP y acero

El esfuerzo efectivo en el refuerzo FRP, es el máximo esfuerzo que puede ser desarrollado antes de que la sección falle a flexión. Puede ser encontrado a partir

### Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

del nivel de deformación en el refuerzo FRP, asumiendo un comportamiento perfectamente elástico como se muestra en la Ecuación 3.10.

$$f_{fe} = E_f \times \varepsilon_{fe} \quad \text{Ecuación (3.10)}$$

#### Esfuerzo en el acero bajo cargas de servicio.

El esfuerzo en el acero de refuerzo puede ser calculado en base a un análisis elástico, donde se encuentre fisurada la sección de hormigón armado con reforzamiento como es indicado en la Ecuación 3.11. (ACI 440-2R)

$$f_{s,s} = \frac{\left[ M_s + \varepsilon_{bi} * A_f * E_f \left( d_f - \frac{k d}{3} \right) \right] (d - k * d) E_s}{A_s * E_s \left( d - \frac{k d}{3} \right) (d - k d) + A_f * E_f \left( d_f - \frac{k d}{3} \right) (d - k d)} \quad \text{Ecuación (3.11)}$$

#### Esfuerzo en el FRP bajo cargas de servicio

El nivel de esfuerzo en el refuerzo FRP puede ser calculado utilizando la Ecuación 3.12, con  $M_s$  igual al momento debido a las cargas de servicio (DL, LL y Lr) según ACI 440-2R.

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left( \frac{E_f}{E_s} \right) \left( \frac{d_f - k \times d}{d - k \times d} \right) - \varepsilon_{bi} \times E_f \quad \text{Ecuación (3.12)}$$

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

### 3.1.5 Ductilidad en diseño a flexión

El uso del FRP como refuerzo a flexión, reducirá la ductilidad del elemento original. Para un nivel pertinente de ductilidad, se debe verificar la deformación del acero en estado límite último. La ductilidad adecuada, se alcanza si la deformación del acero en el punto de aplastamiento del hormigón o de falla del FRP, es mayor o igual a 0,005, según capítulo 2 de sección controlada a tensión de ACI 318-08.

### 3.1.6 Filosofía de diseño

El ACI 318-08 Apéndice B, pide que una sección con baja ductilidad debe ser nivelada con una gran reserva de resistencia. La mayor reserva de resistencia se logra mediante el uso de un factor de reducción de resistencia que es de 0,65 para las secciones frágiles, contrario a los 0,90 para secciones dúctiles. Este factor es obtenido mediante la Ecuación 3.13.

$$\phi = \begin{cases} 0,9 & \text{para } \varepsilon_s \geq 0,005 \\ 0,65 + \frac{0,25(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{0,005 - \varepsilon_{sy}} & \text{para } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s < 0,005 \\ 0,65 & \text{para } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \end{cases} \quad (\text{Ecuación 3.13})$$

### 3.1.7 Capacidad de servicio

La capacidad de servicio de una sección debe satisfacer lo especificado en el ACI 318-08. El efecto del refuerzo FRP sobre la capacidad de servicio puede ser evaluado utilizando el análisis de la sección transformada.

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

### Esfuerzo del acero bajo cargas de servicio

El esfuerzo debe estar limitado al 80% de la resistencia a fluencia, como se muestra en la Ecuación 3.14. El esfuerzo a compresión del hormigón bajo cargas de servicio debe estar limitado al 45% de la resistencia característica del hormigón como se muestra en la Ecuación 3.15. (ACI 318-08)

$$f_{s,s} \leq 0,80 \times f_y \quad \text{Ecuación (3.14)}$$

$$f_{c,s} \leq 0,45 \times f'_c \quad \text{Ecuación (3.15)}$$

### 3.1.8 Límite de esfuerzo de rotura por fluencia plástica y fatiga

Los valores para asegurar los niveles de esfuerzo se basan en los límites de esfuerzo para rotura por fluencia, con un factor de seguridad impuesto de [1,66] los valores para asegurar estos niveles se muestran en la Tabla 3.2, además, debe estar limitado por la Ecuación 3.16 obtenida de ACI 440-2R.

$$f_{f,s} \leq \text{Esfuerzo límite de rotura por fluencia plástica} \quad \text{Ecuación (3.16)}$$

Tabla 3.2 Límites de esfuerzo para carga de servicio para refuerzo FRP.

Esfuerzo	Tipo de FRP	
	Carbono (CFRP)	Vidrio (GFRP)
Esfuerzo límite de rotura por fluencia plástica	$0,55 \times f_{fu}$	$0,20 \times f_{fu}$

Fuente: ACI 440.2R-08.

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

### 3.2 Diseño a corte

Para que el sistema CFRP actúe como refuerzo a corte debe disponerse en sentido transversal al eje de la sección a reforzar, para refuerzo externo en forma de tiras, el espaciado de centro a centro entre las tiras no debe sobrepasar la suma de una cuarta parte del largo de la viga a recubrir ( $d/4$ ), más el ancho de la tira.

La resistencia a corte que puede proveer el sistema FRP, depende de factores como: la geometría de la viga o columna, el esquema de la envoltura y la resistencia del hormigón actual. La resistencia de diseño del refuerzo a cortante se determina mediante la Ecuación 3.17. (ACI 318-08)

$$\phi V_n \geq V_u \quad \text{Ecuación (3.17)}$$

Donde  $V_u$  es el valor del corte máximo y  $\phi V_n$  es la resistencia de diseño a corte que considera la contribución del FRP como se muestra en la Ecuación 3.18.

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s + \Psi_f * V_f) \quad \text{Ecuación (3.18)}$$

Donde  $\Psi_f = 0,95$  cuando las láminas de FRP envuelven la totalidad del elemento estructural y  $\Psi_f = 0,85$  cuando las láminas de FRP se colocan en tres o dos caras del elemento. El ACI 318-08 establece un  $\Psi_f = 0,85$  para diseño a corte. La Figura 3.1 muestra un esquema de envolturas de FRP para resistir demandas a corte.

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

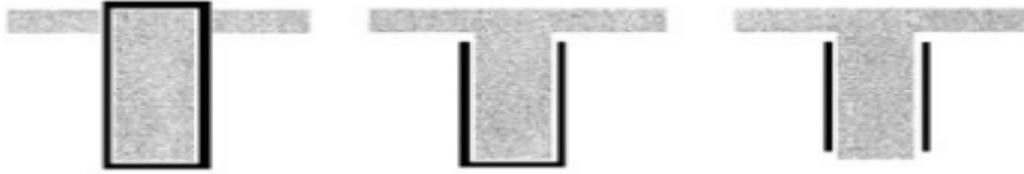


Figura 3.1 Esquemas de envolturas de FRP para refuerzo a corte. (Fuente: ACI 440-2R).

### 3.2.1 Contribución del FRP en resistencia a corte

Las dimensiones manejadas para los cálculos del refuerzo a corte, reparación o rehabilitación utilizando láminas FRP se muestran en la Figura 3.2.

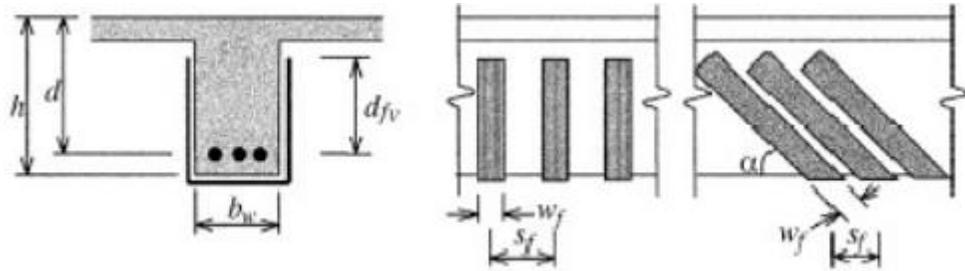


Figura 3.2 Dimensiones manejadas para los cálculos del refuerzo a corte. (Fuente: ACI 440.2R-08).

Las contribuciones a la resistencia a corte del hormigón  $V_c$  y del acero de refuerzo  $V_s$  se calculan según ACI 318-08. La contribución a la resistencia a corte del FRP se calcula mediante la Ecuación 3.19 y 3.20.

$$V_f = \frac{A_{fv} \times f_{fe} (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) d_{fv}}{S_f} \quad \text{Ecuación (3.19)}$$

$$A_{fv} = 2 \times n \times t_f \times w_f \quad \text{Ecuación (3.20)}$$

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

### 3.2.2 Esfuerzo tensional en refuerzo a cortante

El esfuerzo a corte en estado último es proporcional al nivel de deformación que puede ser desarrollado en el refuerzo FRP dispuesto a corte en estado último. Este esfuerzo se detalla en la Ecuación 3.21.

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} \times E_f \quad \text{Ecuación (3.21)}$$

### 3.2.3 Deformación Efectiva en el FRP

El modo de falla del sistema FRP y de la sección de hormigón armado son los que determinan la deformación máxima (efectiva) que puede ser alcanzada en la fase de carga última. Además, dependerá de la envoltura aplicada a la sección a reforzar.

Para vigas y columnas de hormigón armado envueltos en FRP, la disminución de la resistencia a fricción en el agregado del hormigón dentro de las grietas a corte ocurre antes que el FRP alcance su deformación máxima, por esto, la deformación máxima se limita a un 0,4% como muestra la Ecuación 3.22. (Priestley, M.; Seible, F.; and Calvi, G., 1996).

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq 0,75 \varepsilon_{fu} \quad \text{Ecuación (3.22)}$$

Para secciones envueltas en dos y tres caras, se ha observado una falla por adherencia antes de la destrabazón de la sección. Por esto, según ACI *Structural Journal* V.95, N.2 los esfuerzos de adherencia deben ser analizados para determinar el nivel de utilidad y la deformación efectiva que puede llegar la

### Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

sección con FRP. Para este caso de envoltura la deformación unitaria en el FRP se limita a lo expresado en la Ecuación 3.23.

$$\varepsilon_{fe} = k_v \times \varepsilon_{fu} \leq 0,004 \quad \text{Ecuación (3.23)}$$

Donde  $k_v$  es el coeficiente de reducción por adherencia del FRP, el cual depende de la resistencia del hormigón, el tipo de envoltura utilizado y la rigidez de la lámina FRP, así el coeficiente  $k_v$  puede obtenerse mediante la Ecuación 3.24.

$$k_v = \frac{k_1 \times k_2 \times L_e}{11.900 \times \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad \text{Ecuación (3.24)}$$

La longitud de adherencia efectiva es la longitud sobre la cual se mantiene la mayoría del esfuerzo de adherencia. Esta longitud se calcula mediante la Ecuación 3.25. Mientras que el coeficiente  $k_1$  y  $k_2$  son obtenidos mediante las Ecuaciones 3.26 y 3.27 respectivamente.

$$L_e = \frac{23.300}{(n \times t_f \times E_f)^{0,58}} \quad \text{Ecuación (3.25)}$$

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27}\right)^{2/3} \quad \text{Ecuación (3.26)}$$

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}} & \text{Para FRP colocado en tres caras.} \\ \frac{d_{fv} - 2 L_e}{d_{fv}} & \text{Para FRP colocado en dos caras.} \end{cases} \quad \text{Ecuación (3.27)}$$

### 3.2.4 Límites de refuerzo

En algunas ocasiones, el refuerzo FRP a corte es requerido como consecuencia del refuerzo a flexión con FRP, ya que el incremento en la resistencia a flexión puede inducir a que primero ocurra la falla por corte. Se deberá constatar que la resistencia a corte de la sección existente sea la requerida para resistir el aumento en la capacidad de carga generado por el refuerzo a flexión del FRP.

De este modo, el refuerzo a corte debe calcularse como la suma del aporte del refuerzo a corte del FRP y el acero, además está limitado según ACI 318-08 (11.5.6.9), como se muestra en la Ecuación 3.28.

$$V_s + V_f \leq 0,66 \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{Ecuación (3.28)}$$

## 3.3 Diseño de elementos sometidos a carga axial o flexo-compresión

### 3.3.1 Tracción axial pura

Debido a los materiales FRP son de una naturaleza lineal-elástica, la contribución a tracción del sistema FRP, está directamente relacionada con su nivel de deformación, por tanto, se puede obtener aplicando la “Ley de Hooke”.

La deformación efectiva en el FRP se puede obtener basándose en lo expresado en las Ecuaciones 3.19 hasta 3.28. El valor de  $k_1$  en la Ecuación 3.26 puede

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

considerarse como 1,0. Se necesita una longitud de adherencia mínima de  $2 L_e$  para conseguir tal nivel de deformación.

### 3.3.2 Carga compresión axial y flexión

Los sistemas de refuerzo FRP pueden generar un efecto de confinamiento en columnas de hormigón armado, mediante la colocación de fibras orientadas perpendicularmente al eje longitudinal de la sección, mejorando su ductilidad y resistencia a compresión axial, lo que produce un aumento en la resistencia requerida.

Los refuerzos de FRP otorgan un confinamiento pasivo a la sección en compresión, que permanece sin tensionar hasta que se dilate y agriete, por eso se hace imperante el contacto entre la sección de hormigón y el refuerzo FRP.

En la Ecuación 3.29 se muestra lo propuesto por el ACI 318-08 y ACI 440-2R para el cálculo de la resistencia de diseño a compresión axial, considerando elementos con refuerzo transversal de estribos y la contribución del sistema FRP, donde  $\phi = 0,65$  para columnas con refuerzo de estribos.

$$\phi P_n = 0,80 \times \phi (0,85 \times f'_{cc}(A_g - A_{st}) + f_y \times A_{st}) \quad \text{Ecuación (3.29)}$$

El ACI 440-2R adoptó el modelo de esfuerzo-deformación para hormigón confinado con FRP de Lam y Teng (2003.a y 2003.b) Figura 3.3, que es calculado mediante las Ecuaciones 3.30, 3.31 y 3.32.

### Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

$$f_c = \begin{cases} E_c * \varepsilon_c - \frac{(E_c - E_2)^2}{4 f'_c} * \varepsilon_c^2 & \text{para } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon'_t \\ f'_c + E_2 * \varepsilon_c & \text{para } \varepsilon'_t \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{ccu} \end{cases} \quad \text{Ecuación (3.30)}$$

$$E_2 = \frac{f'_{cc} - f'_c}{\varepsilon_{ccu}} \quad \text{Ecuación (3.31)}$$

$$\varepsilon'_t = \frac{2 \times f'_c}{E_c - E_2} \quad \text{Ecuación (3.32)}$$

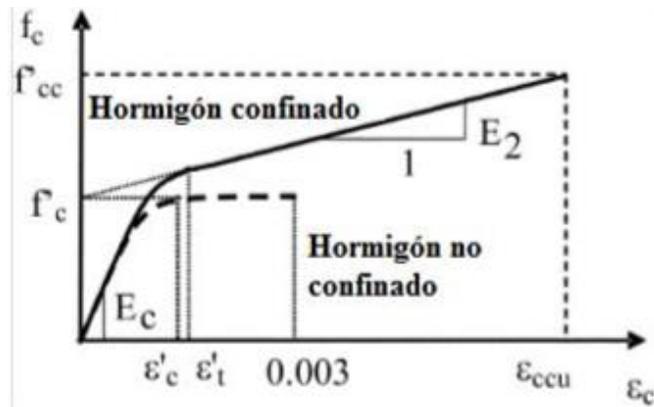


Figura 3.3 Modelo de esfuerzo-deformación para hormigón confinado con FRP. (Fuente: Lam y Teng (2003.a y 2003.b)).

La resistencia a compresión del hormigón, tomando en cuenta el efecto de confinamiento, está dada por la Ecuación 3.33 donde  $\Psi_f$ : 0,95, la presión máxima de confinamiento  $f_l$  es calculada mediante la Ecuación 3.34 y el nivel de deformación efectiva en el FRP en el fallo  $\varepsilon_{fe}$  se muestra en la Ecuación 3.35.

$$f'_{cc} = f'_c + 3,3 \times \Psi_f \times k_a \times f_l \quad \text{Ecuación (3.33)}$$

### Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

$$f_l = \frac{2 \times E_f \times n \times t_f \times \varepsilon_{fe}}{D} \quad \text{Ecuación (3.34)}$$

$$\varepsilon_{fe} = k_\varepsilon \times \varepsilon_{fu} \quad \text{Ecuación (3.35)}$$

El factor de deformación del FRP  $k_\varepsilon$ , representa el fallo precoz del sistema. Esta falla se puede deber al estado de deformación multiaxial al cual es sometido la sección, en diferencia, a la deformación axial pura usada para caracterizar el material. (*Pessiki, S.; Harries, K. A.; Kestner, J.; Sause, R.; and Ricles, J. M., 2001*). Existen resultados experimentales para obtener valores de  $k_\varepsilon$  donde para columnas a media y gran escala dieron valores de 0,58 y 0,61 respectivamente. (*Harries, K.A and carey, S.A.,2003*).

El nivel mínimo de confinamiento no debe ser menor a lo mostrado en la Ecuación 3.36. (*Lam y Teng, 2003.a y 2003.b*).

$$f_l/f'_c \geq 0,08 \quad \text{Ecuación (3.36)}$$

#### Capacidad de deformación máxima en el hormigón confinado con FRP

La deformación unitaria última en el hormigón confinado con FRP ( $\varepsilon_{ccu}$ ) al alcanzar la resistencia a compresión máxima ( $f'_{cc}$ ), se obtiene mediante la Ecuación 3.37, que, se encuentra limitada por la Ecuación 3.38, para prevenir agrietamiento o pérdida de propiedades del hormigón. Una vez llegado al límite de deformación, se debe recalcular el valor máximo  $f'_{cc}$  correspondiente de la curva esfuerzo deformación. (*concrete Society, 2004*).

### Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon'_c \left( 1,50 + 12 k_b \times \frac{f_l}{f'_c} \times \left( \frac{\varepsilon_{fe}}{\varepsilon'_c} \right)^{0,45} \right) \quad \text{Ecuación (3.37)}$$

$$\varepsilon_{ccu} \leq 0,01 \quad \text{Ecuación (3.38)}$$

#### Secciones transversales no circulares

Para los cálculos de esta sección no son recomendados los elementos con proporciones mayores según lo mostrado en la Ecuación 3.39. (*Harries, K.A and carey, S.A.,2003*) y (*Rocca, S.; Galati, N.; and Nanni, A., 2008*).

$$\frac{h}{b} \geq 2,0 \quad \vee \quad b, h > 900(\text{mm}) \quad \text{Ecuación (3.39)}$$

$f_l$  corresponde a la presión de confinamiento máxima, con diámetro  $D$  igual a la diagonal de la sección transversal rectangular y se calcula según la Ecuación 3.40, la Figura 3.4 ilustra una columna de sección transversal no circular.

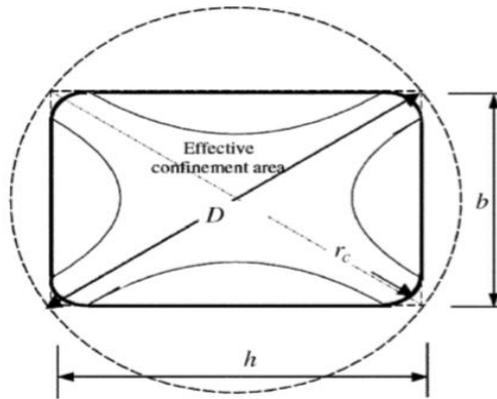


Figura 3.4 Sección transversal equivalente. (Fuente: Lam y Teng, 2003b).

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

$$D = \sqrt{b^2 + h^2} \quad \text{Ecuación (3.40)}$$

Los coeficientes  $k_a$  y  $k_b$  dependen de dos parámetros; el área transversal del hormigón confinado  $A_g$  y el índice de proporción  $h/b$ . Las Ecuaciones 3.41 y 3.42 detallan el método de obtención de estos valores.

$$k_a = \frac{A_e}{A_c} \times \left(\frac{b}{h}\right)^2 \quad \text{Ecuación (3.41)}$$

$$k_b = \frac{A_e}{A_c} \times \left(\frac{b}{h}\right)^{0,5} \quad \text{Ecuación (3.42)}$$

El área de confinamiento efectivo resultante está en función de las dimensiones de la columna ( $b$  y  $h$ ), el radio de las esquinas  $r_c$  y el índice de refuerzo longitudinal del acero  $\rho_g$ , se expresa según Ecuación 3.43.

$$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \frac{\left(\left(\frac{b}{h}\right) (h - 2 r_c)^2 + \left(\frac{h}{b}\right) (b - 2 r_c)^2\right)}{3 A_g}}{1 - \rho_g} \quad \text{Ecuación (3.43)}$$

### 3.3.3 Consideraciones diseño

El ACI 440-2R recomienda considerar  $\varepsilon_{fe} = 0,55 \times \varepsilon_{fu}$  para tomar en cuenta fallas prematuras del FRP debido a estados de esfuerzo multiaxiales (que distingue del estado de esfuerzo uniaxial usado para determinar  $\varepsilon_{fu}$ ) y/o debido también a esfuerzos ocasionados por el agrietamiento del hormigón.

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

Es fundamental que el confinamiento sea mayor o igual a un ocho por ciento de la resistencia característica del hormigón ( $f_l \geq 0.08 \times f'_c$ ), ya que asegura que la resistencia a compresión en el hormigón confinado con FRP sea mayor o igual a la resistencia característica de este ( $f'_{cc} \geq f'_c$ ). Obviamente, si  $f'_{cc}$  no excede a  $f'_c$  entonces el efecto de confinamiento del FRP es nulo. Por consiguiente, sí;  $f_l < 0.08 \times f'_c$  se recomienda incrementar  $n$  (número de capas o láminas de FRP) hasta lograr que  $f_l \geq 0.08 \times f'_c$ .

$\epsilon_c$  es el valor de la deformación unitaria del hormigón al alcanzar  $f'_c$  y el ACI 440-2R recomienda usar  $\epsilon'_c = 0.002$ . El ACI 440-2R recomienda también limitar el valor de  $\epsilon_{ccu}$  a 0.01 para prevenir agrietamientos que puedan comprometer la integridad del hormigón.

### Consideraciones de servicio

Cuando la carga axial en la columna alcanza valores cercanos a la carga axial factorizada, es muy probable que el hormigón presentará agrietamiento considerable en la dirección radial. El FRP conservará la entereza de la columna mediante el efecto de confinamiento. El ACI 440-2R aconseja que el esfuerzo de servicio a compresión del hormigón no exceda a  $0.65 f'_c$ , también que el esfuerzo de servicio a compresión en el acero de refuerzo longitudinal no exceda a  $0.60 f_y$  para impedir deformaciones plásticas.

#### 3.3.4 Flexo-compresión

Los sistemas de refuerzos CFRP aplicados a una sección de hormigón pueden conferir una mejora en su resistencia cuando se vea sujeto a una combinación de compresión axial y flexión.

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

Para valores de excentricidades de la sección menor o igual a  $0,1h$ , la Ecuación 3.30 antes mencionada servirá para predecir el efecto del confinamiento de CFRP, para valores mayores a  $0,1h$  se realizará mediante las ecuaciones mostradas anexos, con estos datos, se puede construir un grafico  $P_n - M_n$  para la sección con refuerzo CFRP de confinamiento. (Bank, L. C., 2006).

### Limitaciones para secciones sujetas a flexo-compresión

La deformación máxima (efectiva) en el refuerzo de CFRP se limita al valor obtenido mediante la Ecuación 3.44, asegurando así la integridad del esfuerzo a corte del hormigón confinado.

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq k_\varepsilon \times \varepsilon_{fu} \quad \text{Ecuación (3.44)}$$

### Ductilidad

El sistema de refuerzo CFRP sirve para demorar el pandeo del acero de refuerzo montado longitudinalmente, además incrementa la ductilidad de una sección de hormigón gracias a que se logran mayores deformaciones debido a esfuerzos a compresión. (Seible, F.; Priestley, M. J. N.; Hegemier, G. A.; and Innamorato, D., 1997).

### 3.4 Diseño Marcos especiales

Se debe aplicar el D.S. N°60 del 2011 y el código ACI318S-08. Se establecen requisitos de diseño y cálculo para hormigón Armado, aunque también se establece que el diseño debe ser de acuerdo con el código ACI 318-08.

## Capítulo III: Diseño sistemas de refuerzo en base a FRP

### 3.4.1 Marcos especiales sismorresistentes

Columnas y vigas sísmicas son aquellas que forman parte de un marco en el que ambos elementos tienen dimensiones comparables. En el caso de las vigas, los esfuerzos debidos a las cargas verticales suelen ser menores que aquellos producidos por la acción sísmica. En el caso de las columnas, debe tenerse especial cuidado con la compresión que puede llegar a ser muy grande al sumarse los efectos de cargas verticales y sísmicas. Dichos elementos deben cumplir con los requisitos del capítulo 21 ACI 318-08. Las exigencias en cuanto al detallamiento se describen en el ACI 318-08 para marco especial (*sway special*) los que deben cumplir con lo especificado en el ACI 318-08 capítulo 21.5 a 21.8, además de 21.1.3 a 21.1.7.

## **Capítulo IV: Caso de estudio.**

## **Capítulo IV: Caso de estudio.**

Para el análisis y realización se deben aclarar conceptos como comportamiento estático, sísmico y tipos de refuerzos.

### **4.1 Caso de estudio**

Se diseñará un edificio al cual se le generará un nuevo escenario con nuevas solicitaciones, las que pretenden generar una falla en algún elemento estructural para reforzarlo mediante CFRP y verificar el aporte de este.

La locación de la estructura es en Concepción, Chile. A continuación, se resumen los datos obtenidos de la Nch 433 of 2009 para el cálculo de método estático.

Zona sísmica: zona costera, zona 3 con  $A_0$  igual a 0,4g.

Clasificación de suelo: Tipo C.

Clasificación de ocupación Modelo A: Categoría del edificio tipo II.

Clasificación de ocupación Modelo B: Categoría del edificio tipo III.

### **4.2 Estados de Carga**

Para el análisis de la estructura, se consideran los siguientes estados de carga:

Peso Propio de la estructura (PP)

Carga Muerta sobre la estructura (DL)

Sobrecarga de Uso en cada Piso (LL)

Carga de Uso de Techo (Lr)

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Sismo estático en dirección X (Sx)

Sismo estático en dirección Y (Sy).

### 4.2.1 Sobrecargas de uso

En la normativa anteriormente mencionada, se recomienda utilizar una sobrecarga de uso para zonas públicas o privadas (LL), y una sobrecarga de techo (Lr), las que corresponden a:

$$LL_{\text{pública}} = 400 \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right)$$

$$LL_{\text{privada}} = 200 \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right)$$

$$Lr_{\text{techo}} = 100 \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \right)$$

La edificación correspondiente al modelo A es catalogada como edificio del tipo privado mientras que la del modelo B corresponde a tipo público. A partir de lo descrito, se incorporaron las siguientes solicitaciones para cada losa de la estructura las que se muestran en la Tabla 4.1 y 4.2.

Tabla 4.1 Solicitaciones Modelo A.

Planta	LL (kg/m <sup>2</sup> )	DL (kg/m <sup>2</sup> )	Lr (kg/m <sup>2</sup> )
5	200	50	100
4	200	50	0
3	200	50	0
2	200	50	0
1	200	50	0

Fuente: Elaboración Propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.2 Solicitaciones Modelo B.

Planta	LL (kg/m <sup>2</sup> )	DL (kg/m <sup>2</sup> )	Lr (kg/m <sup>2</sup> )
5	400	150	100
4	400	150	0
3	300	150	0
2	300	150	0
1	300	150	0

Fuente: Elaboración Propia.

### 4.3 Combinaciones de Carga

Las combinaciones de carga utilizadas para el diseño por factores de carga y resistencia según NCh3171 fueron:

- 1.4 DL
- 1.2 DL + 1.6 LL + 0.5 Lr
- 1.2 DL + 1.0 LL + 1.6 Lr
- 1.2 DL + 1.6 Lr
- 1.2 DL ± 1.6 S + 1.0 LL + 0.5 Lr
- 1.2 DL ± 1.4 S + 1.0 LL
- 0.9 DL
- 0.9 DL ± 1.4 S

### 4.4 Propiedades mecánicas de los materiales

El hormigón utilizado para columnas, vigas y losas es un hormigón grado 25 (G-25), sus principales características se muestran en la Tabla 4.3.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.3 Propiedades Hormigón armado.

Peso unitario de hormigón $\gamma_c$	2500	kg/m <sup>3</sup>
Resistencia a compresión $f'_c$	250	kg/cm <sup>2</sup>
Mód. de elasticidad $E_c$	235.800	kg/cm <sup>2</sup>
Mód. de Poisson	0,2	

Fuente: Elaboración Propia.

El acero de refuerzo utilizado fue un A-630, sus principales características son mostradas en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Propiedades Acero de Refuerzo.

Peso unitario del acero $\gamma_s$	7850	kg/m <sup>3</sup>
Límite de fluencia $F_y$	4200	kg/cm <sup>2</sup>
Límite de rotura $F_u$	6300	kg/cm <sup>2</sup>
Mód. De elasticidad $E_s$	2100000	kg/cm <sup>2</sup>

Fuente: elaboración propia.

### 4.5 Análisis Estático

En este caso el análisis estático fue posible de realizar ya que cumplía con todas las exigencias estipuladas en la Nch 433 Of.96 Mod. 2009.

El coeficiente sísmico depende de factores como: la aceleración máxima efectiva, el factor de modificación de respuesta, los parámetros relacionados al tipo de

## Capítulo IV: Caso de estudio.

suelo y el periodo fundamental de la estructura (periodo con mayor masa modal) en la dirección del análisis.

Para los respectivos ejes de análisis (X e Y), se consideraron las cargas más desfavorables, es decir, se utilizaron en ambos ejes las mayores cargas calculadas en el respectivo modelo.

En Anexos se muestran las tablas donde detallan los coeficientes utilizados para el cálculo del coeficiente sísmico, corte basal, fuerzas estáticas y momentos torsor aplicados a la estructura.

### 4.6 Resultados

En la Tabla 4.5 se presentan los pesos sísmicos asociados a cada uno de los modelos, donde hay una variación de los valores, debido principalmente a la inclusión de nuevas solicitaciones.

Las fuerzas sísmicas estáticas, aplicadas en el centro de masa respectivo a la losa de cada uno de los pisos de la estructura, y en ambos ejes de dirección para cada modelo, así como los momentos torsores, se muestran en la Tabla 4.6 y Tabla 4.7. Como resultado de los análisis, la masa de participación modal alcanzó un 100% en el modo 12, con un periodo en dirección X de 0,714 seg y en dirección Y de 0,764 seg.

Tabla 4.5 Pesos sísmicos y Fuerza Sísmica Total.

Modelos	Peso Sísmico (tonf)	Corte Basal (tonf)
A	190,23	27,96
B	239,47	42,34

Fuente: elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.6 Fuerzas estáticas y momento torsor por piso para el Modelo A.

	1er Piso	2do Piso	3er Piso	4to Piso	5to Piso
$Z_k(m)$	2,5	5	7,5	10	12,5
$h(m)$	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5
$A_k$	0,10	0,12	0,14	0,18	0,44
$P_k$ (tonf)	38,37	38,37	38,37	38,37	39,62
$F_k$ (tonf)	3,59	4,08	4,75	6,19	15,44
$M_x$ (tonf-m)	3,64	4,22	5,07	6,62	16,00
$M_y$ (tonf-m)	3,74	4,42	5,37	7,02	16,50

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4.7 Fuerzas estáticas y momento torsor por piso para el Modelo B.

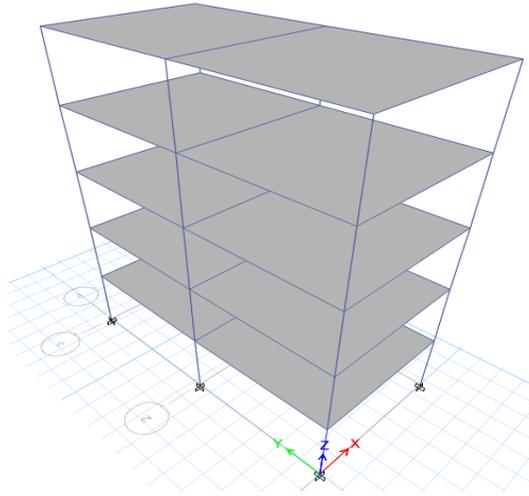
	1er Piso	2do Piso	3er Piso	4to Piso	5to Piso
$Z_k(m)$	2,5	5	7,5	10	12,5
$h(m)$	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5
$A_k$	0,10	0,12	0,14	0,18	0,44
$P_k$ (tonf)	48,29	48,29	48,29	48,29	48,29
$F_k$ (tonf)	4,53	5,15	5,69	7,42	18,90
$M_x$ (tonf-m)	4,4	5,0	5,4	7,0	18,4
$M_y$ (tonf-m)	4,7	5,63	6,38	8,28	20,9

Fuente: Elaboración propia.

Además, el máximo corte se asocia al modelo B. Finalmente, hay que indicar que la mayor diferencia entre cortes de pisos contiguos se presenta entre el cuarto y quinto piso.

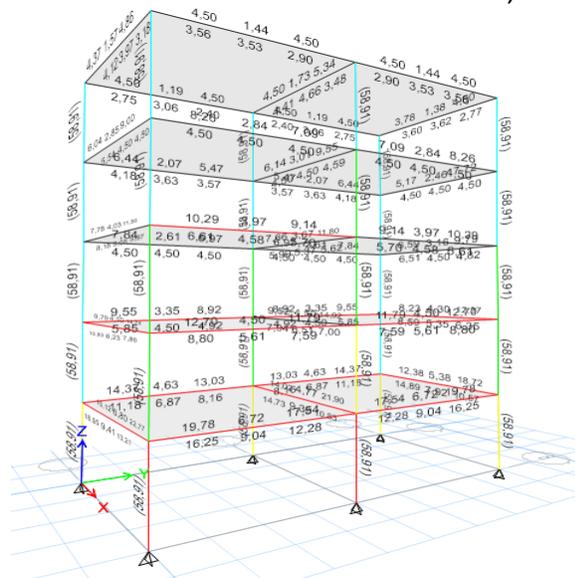
## Capítulo IV: Caso de estudio.

Figura 4.1 diseño edificio realizado en Etabs, modelo A.



A continuación, se muestra el modelo B, donde se diferencian colores en cada elemento y se puede verificar el incumplimiento de columnas y vigas antes las nuevas solicitaciones las cuales se muestran en rojo con sus respectivos aceros de refuerzo.

Figura 4.3 diseño edificio realizado en Etabs, modelo B.



## Capítulo IV: Caso de estudio.

### Reforzamiento a flexión de viga

La viga por estudiar tiene una deformación de 0,0037, menor a la deformación admisible de 0,01 y su momento sin FRP es de 17.044 Ton-m. Los detalles de la viga y solicitaciones se describen en la Tabla 4.8 y 4.9 respectivamente.

Tabla 4.8 Características de la sección.

Ancho(b)	30	(cm)
Alto (h)	50	(cm)
r efectivo	5	(cm)
Alto efectivo (d)	45	(cm)
L viga	5	(m)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.9 Resumen de solicitaciones para la viga.

Esfuerzos flexión	Cargas originales (tf-m)	Cargas Nuevas (tf-m)
Mu	16,122	27,8651
Mn	17,044	-
As requerido	12,4 (cm <sup>2</sup> )	-

Fuente: Elaboración propia.

Para reforzar la viga, se propone utilizar dos capas de pletinas, las propiedades y características del refuerzo se detallan en la Tabla 4.10 y 4.11.

Tabla 4.10 Resumen Propiedades CFRP.

Mod. $E_f$	1650000 (kg/cm <sup>2</sup> )
Resistencia Ult a tracc. $f'_{fu}$	29000 (kg/cm <sup>2</sup> )
$f_{fu}$	27550 (kg/cm <sup>2</sup> )
Def a la rotura $\epsilon'_{fu}$	0,0171
Número de placas n	3
Espesor Placa $t_f$	1,4 (mm)
Ancho placa $w_f$	50 (mm)

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Las Tablas desde 4.11 a 4.15 muestran los resultados obtenidos al aplicar sistema de refuerzo de pletinas de CFRP.

Tabla 4.11 Cálculos previos propiedades materiales.

Factor de reducción ambiental $f_{fu}$	27550 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$\varepsilon_{fu}$	0,0171
$\beta_1$	0.85
Cuantía de refuerzo acero $\rho_s$	0,0084
Relación modular $n_s$	8,9361
$\rho_s * n_s$	0,0754
Área de refuerzo $A_f$	2,8 ( $\text{cm}^2$ )
Cuantía de refuerzo CFRP $\rho_f$	0,00088
Relación modular $n_f$	7,0212
$\rho_f * n_f$	0,00624

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.12 Cálculos de deformación estado inicial existente y estado de delaminación.

k	0,32028
$I_{cr}$	125248,9357 ( $\text{cm}^4$ )
$\varepsilon_{bi}$	0,001173
$n \times t_f \times w_f$	693000 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$\varepsilon_{fd} \leq 0,9 \varepsilon_{fu}$	0,0077 < 0,015 Ok
c	13.37 (cm)
$\varepsilon_{fe} \leq \varepsilon_{fd}$	0,0061 < 0,0077 Ok
$\varepsilon_s$	0,00709

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.13 Cálculo del nivel de resistencia en el refuerzo de acero y en el CFRP.

$f_{fe} = E_f \times \varepsilon_{fe}$	10106,0244 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$f_s = E_s * \varepsilon_s \leq f_y$	14893,42 > 4200 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ), se usa $f_y$
$c = \frac{A_s f_s + A_f * f_{fe}}{\alpha * f'_c * \beta' * b}$	13,376 (cm) k

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.14 Cálculo de la resistencia a flexión de la sección.

Factor de reducción de resistencia $\phi$	0,9
factor de reducción adicional $\Psi_f$	0,85
$\Phi Mn$	28,51 (tf-m) > 27,26 (tf-m) ok

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.15 Verificación en los esfuerzos de servicio en el refuerzo de acero y en el CFRP.  
Cálculo de la profundidad elástica al eje neutro

fisurado k	0,332382902
$f_{s,s}$	3251,359872 (kg/cm <sup>2</sup> )
$f_{s,s} < 0,80 f_y$	3251,359872 < 3360 (kg/cm <sup>2</sup> ) Ok
$f_{f,s}$	356,64 (kg/cm <sup>2</sup> )
$f_{f,s} < 0.55 f_{fu}$	356,64 < 15152,5 (kg/cm <sup>2</sup> ) Ok

Fuente: Elaboración propia.

Por tanto, se verifica que con 3 pletinas de CFRP se logra alcanzar la resistencia requerida, también se da cuenta que el límite del reforzamiento por esfuerzos de servicio cumple, aunque casi al límite de reforzamiento máximo.

### Cálculo refuerzo viga a corte

Desde la Tabla 4.16 a 4.20 se muestran los resultados para los cálculos realizados para refuerzo de la viga sometida a esfuerzos de corte.

Tabla 4.16 Resumen las solicitaciones para la viga.

Esfuerzos corte	Cargas originales (tf)	Cargas Nuevas (tf)
Vu	10,12	17,56
Vs	4,23	
Vc	11,313	
Vn	13,3	
Armadura de acero requerida	2,26 (cm <sup>2</sup> )	

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.17 Resumen las Propiedades CFRP.

Mod. $E_f$	2200000 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Resistencia Ult a tracc. $f'_{fu}$	29000 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Def. a la rotura $\epsilon'_{fu}$	0,0155
Número de hojas	1
Espesor hoja $t_f$	0,334 (mm)
Ancho hoja $w_f$	25 (cm)
Espaciado entre hoja $S_f$	30 (cm)
Longitud de la tira CFRP L	100 (cm)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.18 Cálculos CFRP a corte, deformación efectiva en el refuerzo CFRP.

Factor de reducción ambiental $f_{fu}$	30400 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Def. unitaria de rotura de diseño del CFRP $\epsilon_{fu}$	0,014725
Longitud de adherencia efectiva $L_e$	4,87 (cm)
$K_1$	4,4094
$K_2$	0,9794
$K_v \leq 0,75$	0,2273 Ok
$\epsilon_{fe} \leq 0,004$	0,0017 < 0,004 Ok

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.19 Cálculos a la contribución del refuerzo CFRP en capacidad a corte.

Área de refuerzo efectiva $A_{fv}$	1,67 ( $\text{cm}^2$ )
$f_{fe}$	5524,63 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$V_f$	13392 (kgf)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.20 Cálculos a la contribución a esfuerzo de corte de la sección.

$\psi$	0,85
$\phi$	0,75
$V_c$	4229,61 (kgf)
$V_s$	11313,04 (kgf)
$\phi V_n$	23775,66 (kgf) > Nuevo escenario Ok
Verificación límite de reforzamiento	30219 < 31306 (kgf)

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

De esta manera, con los datos entregados en las tablas mostradas anteriormente se verifica el cumplimiento del límite de refuerzo.

### Cálculo refuerzo columna

Desde las Tablas 4.21 a 4.28 se presentan los resultados obtenidos de los cálculos para el refuerzo de una columna sometida a flexión pura.

Tabla 4.21 Características de la sección.

Ancho(b)	40	(cm)
Alto (h)	40	(cm)
r efectivo	5	(cm)
Alto efectivo (d)	35	(cm)
L columna	2.5	(m)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.22 Resumen de solicitaciones para columna.

Esfuerzos corte	Cargas originales	Cargas Nuevas
Pu	89,13 (tf)	122,34 (tf)
Mux	14,38 (tf-m)	18,06 (tf-m)
Muy	15,39 (tf-m)	22,40 (tf-m)
Armadura de acero requerida	56,4 [cm <sup>2</sup> ]	-

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.23 Resumen de las Propiedades CFRP.

Mod. $E_f$	2200000 (kg/cm <sup>2</sup> )
Resistencia Ult a tracc. $f'_{fu}$	29000 (kg/cm <sup>2</sup> )
Def a la rotura $\epsilon'_{fu}$	0,0155
Número pletinas	4
Espesor placa $t_f$	0.334 (mm)
Ancho placa $w_f$	50 (mm)

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.24 Cálculos previos propiedades materiales.

Factor de reducción ambiental $f_{fu}$	27550 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$\varepsilon_{fu}$	0,0171
$\beta_1$	0.85
Cuantía de refuerzo acero $\rho_s$	0,036
Relación modular $n_s$	8,9361
$\rho_s * n_s$	0,32
Área de refuerzo $A_f$	0,6 ( $\text{cm}^2$ )
Cuantía de refuerzo CFRP $\rho_f$	0,00048
Relación modular $n_f$	7,0212
$\rho_f * n_f$	0,003

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.25 Cálculos de deformación estado inicial existente y estado de delaminación.

k	0,546
$I_{cr}$	225923,2469 ( $\text{cm}^4$ )
$\varepsilon_{bi}$	0,0007
$n \times t_f \times w_f$	198000 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$\varepsilon_{fd} \leq 0,9 \varepsilon_{fu}$	0,01456 < 0,01539 Ok
c	5,1 (cm)
$\varepsilon_{fe} \leq \varepsilon_{fd}$	0,013 < 0,014 Ok
$\varepsilon_s$	0,011

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.26 Cálculo del nivel de resistencia en el refuerzo de acero y en el CFRP.

$f_{fe} = E_f \times \varepsilon_{fe}$	10106,0244 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$f_s = E_s \times \varepsilon_s \leq f_y$	14893,42 > 4200 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ), se usa $f_y$
$c = \frac{A_s f_s + A_f * f_{fe}}{\alpha * f'_c * \beta' * b}$	5,045 (cm) Ok

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.27 Cálculo de la resistencia a flexión de la sección.

Factor de reducción de resistencia $\phi$	0,6
factor de reducción adicional $\Psi_f$	0,85
$\Phi Mn$	48,06 (tf-m) Ok

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.28 Verificación en los esfuerzos de servicio en el refuerzo de acero y en el CFRP.

Cálculo de la profundidad elástica al eje neutro fisurado k	
	0,5483
$f_{s,s}$	1304,59 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$f_{s,s} < 0,80 f_y$	1304 < 3360 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) Ok
$f_{f,s}$	2677,95 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
$f_{f,s} < 0.55 f_{fu}$	2677,9 < 15152,5 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) Ok

Fuente: Elaboración propia.

### Refuerzo de confinamiento para columna

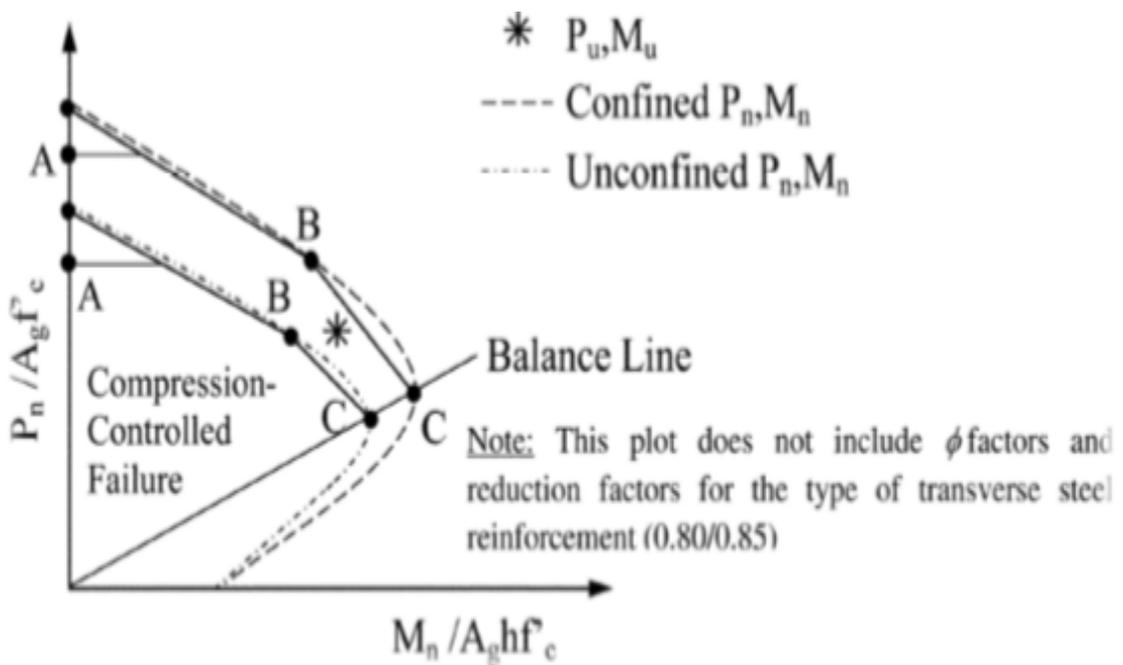
Para elementos sometidos a compresión simple o compuesta se puede hacer un refuerzo de confinamiento. Este tipo de refuerzo se hace principalmente en elementos sometidos a carga axial o para zonas en las que se espera incursión no lineal. El sistema utilizado es el de tejidos, debido a su fácil adaptabilidad a cualquier forma del soporte.

Con los tejidos se envuelve la pieza a reforzar completamente, de abajo a arriba. Se pueden poner tantas capas de tejido como se desee. Esta envoltura provoca un confinamiento pasivo de la pieza que mejora su comportamiento frente a las sollicitaciones.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

El aumento de resistencia sólo se considera cuando la aplicación de la carga axial última y el momento último de flexión, caen por encima de la línea que conecta el origen y el punto de balance en el diagrama  $P_n - M_n$ , para el elemento sin confinar, ver Figura 4.1. Esta limitación surge del hecho que la mejora de la resistencia sólo interesa para elementos cuyo modo de fallo es la rotura por compresión.

Figura 4.1 Diagrama  $P_u - M_u$



Fuente: ACI 440.2R-08.

Para el cálculo se toman los datos entregados en las Tablas a continuación correspondientes a las propiedades de la columna, solicitaciones y propiedades del material a emplear.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.29 Geometría y propiedades de la columna.

Longitud de la columna	L	2,5 (m)
Ancho de la Columna	b	40 (cm)
Profundidad efectiva acero a tensión	d	35 (cm)
Altura de la viga	h	40 (cm)
Radio de las esquinas en la sección transversal	rc	2,5 (cm)
Resistencia especificada a la compresión del Hormigón	$f'_c$	250 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Máxima deformación del hormigón correspondiente a $f'_c$	$\epsilon'_c$	0,0017
Resistencia especificada a la fluencia de acero	$f_y$	4200 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Área bruta del hormigón	$A_g$	1600 ( $\text{cm}^2$ )
Área bruta acero de refuerzo longitudinal	$A_{st}$	56,29 ( $\text{cm}^2$ )
Cuantía de refuerzo a tensión	$\rho_s$	0,0368125
Coeficiente de reducción de resistencia para columnas con estribos	$\Phi$	0,65
Resistencia nominal a la compresión de la sección sin FRP	$\Phi P_n$	90,13 (tonf)
Nuevo requerimiento Modelo B	$P_u$	122,34 (tonf)

Fuente: elaboración propia.

Tabla 4.30 Propiedades de a fibra de carbono.

Espesor de la fibra	$t_f$	0,334 (mm)
Resistencia ultima a la tensión	$f'_{fu}$	32000 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Módulo de elasticidad de la fibra	$E_f$	2200000 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Deformación unitaria de rotura	$\epsilon'_{fu}$	0,0155
Numero de capas	n	3
Factor de eficiencia por deformación en el FRP	$k_e$	0,58

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.31 Cálculo de las propiedades de diseño del CFRP.

Factor de reducción ambiental	$C_E$	0,95
Resistencia ultima a tensión de diseño de CFRP	$f_{fu}$	30400
Deformación unitaria de rotura de diseño de CFRP	$\epsilon_{fu}$	0,014725
Deformación efectiva del CFRP	$\epsilon_{fe}$	0,0130

Fuente: Elaboración propia.

## Capítulo IV: Caso de estudio.

Tabla 4.32 Cálculo del máximo esfuerzo de compresión requerido por el hormigón.

Esfuerzo de compresión en el hormigón confinado	$f'_{cc}$	353,28 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
---	-----------	------------------------------------

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.33 Cálculo del máximo esfuerzo de confinamiento debido al recubrimiento de CFRP.

Relación del área efectivamente confinada al área a compresión en la sección	$\frac{A_e}{A_c}$	0,480756189
Factor de eficiencia del CFRP del $f'_{cc}$ basado en la geometría de la sección	$k_a$	0,529
Diámetro equivalente a sección rectangular	D	56,56 ( $\text{cm}^2$ )
Máxima presión de confinamiento debido a CFRP	$f_l$	46,710 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )
Verificación de relación $f_l / f'_c > 0,08$	0,142 > 0,08	OK

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.34 Verificación de la deformación unitaria máxima del concreto confinado.

Deformación unitaria máxima del concreto confinado.	$\epsilon_{ccu}$	0,01
Factor de eficiencia del refuerzo CFRP para $\epsilon_{ccu}$ de acuerdo con geometría $K_b$	$K_b$	0,529
Deformación última a compresión del concreto	$\epsilon_{ccu}$	0,002579
Verificación $\epsilon_{ccu} \leq 0,01$	0,002579 < 0,01	OK
$\phi P_n$	148,71 (tonf) > 122,34 (tonf)	Ok

Fuente: Elaboración propia.

Se verifica el cumplimiento del refuerzo propuesto, cumpliendo con las verificaciones antes mostradas. Además, en anexos se presenta el método de obtención de diagramas para confinamiento de columnas reforzadas con CFRP.

## **Capítulo V: Comentarios y conclusiones**

### **Capítulo V: Comentarios y conclusiones**

El sistema más habitual que se ha venido utilizando para el refuerzo de elementos de hormigón, es el pegado de pletinas metálicas por medio de resinas epóxicas. Los sistemas de refuerzo de polímeros reforzados con fibras de carbono se presentan como una buena alternativa.

El acero es un material económico en analogía a otros materiales, mientras que las fibras de carbono son un material más costoso debido a su elaboración. Se puede estimar que las fibras de carbono resultan dos o tres veces más caras que las pletinas metálicas.

Las fibras de carbono son un material ligero, liviano y fácil de manejar. Esto hace que su aplicación e instalación sea rápida y casi sin ayuda de herramientas o máquinas auxiliares. En cambio, otros materiales para refuerzo como pletinas metálicas son pesadas y rígidas. Un menor tiempo de ejecución implica disminución en costos monetarios, sueldos de funcionarios, consumos de electricidad, agua, gas, entre otros. Por esto el costo de ejecución de estos sistemas tradicionales pueden resultar más altos.

Al aplicar un refuerzo con CFRP hay que considerar que suele ser de una instalación que ya está en funcionamiento, por ejemplo, un edificio habitado. Por eso hay que tener en cuenta que el efectuar el refuerzo conlleva costos asociados, aparte de los propios de la ejecución: cortar tránsito vehicular, parar la industria o desalojar a los habitantes del edificio. Estos costos, la mayor parte de las veces, son incluso mayores que los de la propia ejecución del refuerzo.

Una de las ventajas del sistema de refuerzo mediante CFRP es que otorga una gran resistencia a las estructuras, debido a las grandes capacidades mecánicas

## Capítulo V: Comentarios y conclusiones

que poseen. Otra ventaja es que las Fibras de carbono no se corroen con el paso del tiempo y la instalación del refuerzo con esta técnica no requiere de mano de obra muy especializada.

En cuanto a las desventajas, la principal y más importante es el elevado costo del material.

Respecto al diseño del refuerzo, las intervenciones realizadas no generan un aumento de la masa de los elementos estructurales reforzados gracias a las propiedades del material (bajo peso), al aplicar el refuerzo estructural en la edificación no generó incremento en fuerzas sísmicas ni momentos torsores, ya que su peso no aumento de manera significativa, logrando el fin de suplir de mayor capacidad a la sección a reforzar sin traer consigo desventajas que puedan desfavorecer su uso.

El sistema de materiales CFRP, registra propiedades que lo diferencian de otros materiales y que resultan propicios para el usuario, como la anisotropía, alta elasticidad y bajo peso las que lo sitúan como una excelente alternativa para refuerzo de estructuras.

Los procedimientos de diseño expuestos en el capítulo 3 son programables y se muestran en este trabajo para ejemplificar las aplicaciones de los diversos factores que involucran el refuerzo con CFRP.

Sobre el reforzamiento de la columna, al aplicar el sistema de refuerzo, se genera un confinamiento pasivo logrando que el hormigón aumente su resistencia. Los principios del refuerzo de columnas se basan en el incremento de las propiedades a carga axial de los elementos con hormigón confinado y las mejoras en la capacidad a flexión logradas mediante la envoltura con tejidos de fibras de carbono. Se recomienda que en el caso de refuerzo a flexo-compresión en

## Capítulo V: Comentarios y conclusiones

elementos verticales, se coloque pletinas de fibra de carbono en el sentido longitudinal para que trabajen a flexión y sobre éstas se envuelva a toda la sección con tejidos FRP para darle confinamiento.

Con los resultados obtenidos se demuestra el cumplimiento de las solicitudes nuevas para la estructura mediante el diseño del refuerzo con CFRP, cabe mencionar que el cambio de ocupación del edificio es la variable que genera mayores cambios respecto a las solicitudes del nuevo modelo, ya que las masas sísmicas se ven aumentadas un 25 por ciento al aumentar de un 0,25 a un 0,5 el factor de amplificación para el peso sísmico, de esta misma manera al aumentar el factor de importancia en el nuevo modelo de 1 a 1,2 se presenta un aumento del 20 por ciento en el corte basal, generando también un aumento en las fuerzas sísmicas y momentos torsores aplicados a la edificación.

Finalmente, el uso de fibras de carbono como refuerzo de estructuras de hormigón son una buena alternativa, con su uso se obtiene menores tiempos de ejecución y logra eliminar los costos de mantención ya que no sufren corrosión.

El costo de material es mayor para el caso de las CFRP, aunque se obtiene un costo final menor debido a que el costo de instalación es bajo al no necesitar herramientas especiales, además el tiempo de instalación es menor, lo cual reduce costos referidos a mano de obra.

## Referencias

### Referencias

- 1 A.C.I. Subcomité 440F-09, "Guidelines for Selection. Design and Installation Systems for External Strengthening of Concrete Structures".
- 2 ACI 318-08, American Concrete Institute, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete, 2008.
- 3 ACI 440.2R-08 "Guide for the Design and Construction of externally bonded FRP systems for strengthening Concrete Structures". Reported by ACI Committee 440.
- 4 NCh 430 Of98. Instituto Nacional de Normalización, "Hormigón armado, Requisitos de diseño y cálculo".
- 5 Decreto Supremo N°60. "Reglamento que fija los requisitos de diseño y cálculo para el hormigón armado", 2011. e, 2008.
- 6 Manual Sika Chile, Especificaciones Técnicas, Catálogo de Productos, Centro de Diagnóstico del Hormigón.
- 7 Concrete Society, 2004, "Design Guidance for Strengthening Concrete Structures Using Fibre Composite Materials," Technical Report No. 55 (TR55), second edition, Surrey, 128 pp.
- 8 Navarrete, T.I., 2017 "Procedimiento De Refuerzo De Estructuras De Hormigón Armado Con Materiales CFRP".
- 9 NCh 433 Of96 mod 2009. Instituto Nacional de Normalización, "Diseño sísmico de edificios", 2009.
- 10 NCh 1537 Of2009. Instituto Nacional de Normalización, "Diseño estructural – Cargas Permanentes y Sobrecargas de Uso".
- 11 NCh 3171 Of2010. Instituto Nacional de Normalización, "Diseño estructural – Disposiciones generales y combinaciones de cargas".
- 12 Cornelli A., 2002, "Refuerzo y rehabilitación de estructuras con láminas de fibra de carbono", XVII Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, 19p., Rosario, Argentina.
- 13 Priestley, M.J.N, Calvi, G.M., and Kowalsky, M.J. (2007). "Displacement Based Seismic Design of Structures".

## Referencias

- 14 Mosallam Ayman S, 2000. "Strength and ductility of reinforced concrete moment frame connections strengthened with quasi-isotropic laminates".
- 15 Seible, F.; Priestley, M. J. N.; Hegemier, G. A.; and Innamorato, D., 1997, "Seismic Retrofit of RC Columns with Continuous Carbon Fiber Jackets," *Journal of Composites for Construction*, ASCE, V. 2, No. 1, pp. 53-61.
- 16 Ganga Rao, H. V. S., and Vijay, P. V., 1998, "Bending Behavior of Concrete Beams Wrapped with Carbon Fabric," *Journal of Structural Engineering*, V. 124, No. 1, pp. 4-9. <https://hdl.handle.net/11296/mcejv5>.
- 17 Teng, J. G.; Lu, X. Z.; Ye, L. P.; and Jiang, J. J., 2004, "Recent Research on Intermediate Crack Induced Debonding in FRP Strengthened Beams," *Proceedings of the 4th International Conference on Advanced Composite Materials for Bridges and Structures*, Calgary, AB, CANADA.
- 18 CECS146-2003, "Technical specification for strengthening concrete structures with carbon fiber reinforced polymer laminate", 2003
- 19 Priestley, M.; Seible, F.; and Calvi, G., 1996, "Seismic Design and Retrofit of Bridges", John Wiley and Sons, New York, 703 pp.
- 20 Pessiki, S.; Harries, K. A.; Kestner, J.; Sause, R.; and Ricles, J. M., 2001, "The Axial Behavior of Concrete Confined with Fiber Reinforced Composite Jackets," *Journal of Composites in Construction*, ASCE, V. 5, No. 4, pp. 238-244.
- 21 Rocca, S.; Galati, N.; and Nanni, A., 2008, "Review of Design Guidelines for FRP Confinement of Reinforced Concrete Columns of Noncircular Cross Sections," *Journal of Composites for Construction*, ASCE, V. 12, No. 1, Jan.-Feb., pp. 80-92.
- 22 Harries, K. A., and Carey, S. A., 2003, "Shape and 'Gap' Effects on the Behavior of Variably Confined Concrete," *Cement and Concrete Research*, V. 33, No. 6, pp. 881-890.
- 23 Bank, L. C., 2006. *Composites for Construction: Structural Design with FRP Materials*, John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 560 pp.
- 24 Memon, M., and Sheikh, S., 2005, "Seismic Resistance of Square Concrete Columns Retrofitted with Glass Fiber-Reinforced Polymer," *ACI Structural*

## Referencias

Journal, V. 102, No. 5, Sept.-Oct., pp. 774-783.

## **Anexos**

## **Anexos**

### **Detallamiento sistemas de refuerzo**

El proceso de recuperación estructural (refuerzo), consiste en la modificación de las características de una estructura, con la introducción de refuerzos en algunas secciones o en toda la estructura, de modo de alcanzar un nivel de desempeño mayor al original.

Reforzamiento: Son las labores necesarias para acrecentar la capacidad de resistencia de un elemento estructural o estructura completa.

Reparación: Son las acciones necesarias para restituir la capacidad resistente de una estructura dañada.

Restauración: Son las acciones necesarias para conseguir que una estructura antigua se encuentre en condiciones óptimas y se pueda volver a utilizar.

### **Sistemas de reforzamiento según ACI 440**

Rehabilitación: Recuperación de la resistencia de la estructura donde se encuentre envuelta su seguridad, debido a la degradación continua de sus elementos.

Refuerzo: Refuerzo que ayuda a mejorar anomalías causadas por deficiencias de proyecto y de la capacidad resistente de la estructura ya sea por cambio de uso un aumento en las cargas de diseño.

Refuerzo Sísmico: Refuerzo que busca mejorar las condiciones de un elemento, debido a sismos, mediante aumento de ductilidad y de resistencia a corte de los

## **Anexos**

elementos estructurales, permitiendo la disipación de la energía ocasionada por los sismos y mejorando la capacidad de deformación de los elementos.

### **Sistemas de refuerzo según NCh 433 Of.96 Mod. 2009**

Reparación: Cuando a una estructura dañada se le restituye al menos su capacidad resistente y su rigidez original.

Refuerzo: Estructura dañada o sin daño que se le modifican sus características de modo de alcanzar un nivel de seguridad predeterminado mayor que el original.

### **Sistemas de reforzamiento según ACI 318-08**

En un sistema estructural, es posible aumentar la resistencia y/o ductilidad, por medio de: encamisados de hormigón armado, colocación de nuevos muros, diagonales de acero, además para elementos a flexión incluyen sistemas de refuerzo por medio de pletinas metálicas, en tanto, para recuperar o reforzar vigas, columnas y muros se recomienda el uso de sistemas FRP.

### **Marcos especiales sismorresistentes**

Columnas y vigas sísmicas son aquellas que forman parte de un marco en el que ambos elementos tienen dimensiones comparables. En el caso de las vigas, los esfuerzos debidos a las cargas verticales suelen ser menores que aquellos producidos por la acción sísmica. En el caso de las columnas, debe tenerse especial cuidado con la compresión que puede llegar a ser muy grande al sumarse los efectos de cargas verticales y sísmicas. Dichos elementos deben cumplir con los requisitos del capítulo 21 ACI 318-08. Las exigencias en cuanto al detallamiento se describen en el ACI 318-08 para marco especial (*sway special*) los que deben cumplir con lo especificado en el ACI 318-08 capítulo 21.5

## **Anexos**

a 21.8, además de 21.1.3 a 21.1.7.

### **Fabricación CFRP**

La materia prima usada en su elaboración es llamada precursor. El proceso para hacer las fibras de carbono es parte químico y parte mecánico. El precursor es estirado en largos hilos o fibras y luego se calienta a temperaturas muy altas sin permitir que entre en contacto con el oxígeno. Sin oxígeno, la fibra no se puede quemar. En cambio, la temperatura alta hace que los átomos en la fibra vibren violentamente hasta que la mayoría de los átomos no-carbonos sean expulsados. A este proceso se le denomina carbonización.

Dependiendo de las aplicaciones finales del material este puede someterse a un proceso de grafitización a temperaturas del orden de los 2500 °C. En los materiales en los que se requiere una gran densidad y altas propiedades mecánicas, los materiales compuestos pueden someterse a un proceso de densificación mediante infiltración del precursor de la matriz o mediante Procedimiento de depósito químico en fase de vapor (CVD).

### **Barras de carbono**

La barra de fibra de carbono es un polímero no metálico entre tres y cinco veces más ligero que el acero y unas seis veces más resistente a la fatiga que este. Su durabilidad y alta resistencia lo ubican como una de las mejores opciones para la integridad de la estructura. Puede ser usada en construcciones nuevas, principalmente en fundaciones o puentes, donde los tratamientos para proteger las barras de acero de los agentes corrosivos, requiere de altos costos de inversión y mantenimiento.

## Anexos

Está fabricado con un proceso patentado que utiliza fibra de carbono grado aeroespacial y matriz polimérica, lo que permite un sistema compuesto con extraordinarias propiedades físicas y mecánicas, con una amplia variedad de aplicaciones.

El principal beneficio de este tipo de productos es su alta resistencia a agentes corrosivos, incluso mayor que el acero. Sus propiedades mecánicas y se muestran en la Tabla 2.6.2.

Tabla 2.6.2 Propiedades mecánicas barras lisas de carbono.

Elasticidad = 1.240.000 (kg/cm<sup>2</sup>)

Fuente: Advance Composite Fiber.

### Refuerzo a flexión

Para el refuerzo a flexión de vigas y otros elementos de hormigón armado se utiliza comúnmente el método de pegado de tejidos, pletinas y barras de fibras de carbono embebidas en el hormigón. El refuerzo actuará como armadura de tracción (y en el caso de barras, como armadura de compresión). El adhesivo servirá para transmitir el esfuerzo cortante entre el refuerzo y el hormigón. Cabe destacar que el tejido de fibra de carbono no se debe utilizar como armadura de compresión. El elemento de refuerzo es muy esbelto, por lo que la posibilidad de pandeo de este es muy grande.

### Refuerzo de confinamiento

Para elementos sometidos a compresión simple o compuesta se puede hacer un refuerzo de confinamiento. Este tipo de refuerzo se hace principalmente en

## **Anexos**

elementos sometidos a carga axial o para zonas en las que se espera incursión no lineal. El sistema utilizado es el de tejidos, debido a su fácil adaptabilidad a cualquier forma del soporte.

Con los tejidos se envuelve la pieza a reforzar completamente, de abajo a arriba. Se pueden poner tantas capas de tejido como se desee. Esta envoltura provoca un confinamiento pasivo de la pieza que mejora su comportamiento frente a las sollicitaciones.

### **Refuerzo de muros y refuerzo a cortante**

El refuerzo de muros, tanto de albañilería como de hormigón deben diseñarse para resistir y contribuir a la disminución de cargas sísmicas y gravitacionales, mientras que, para el refuerzo de piezas a cortante, lo que se hace es colocar las fibras de carbono a modo de estribos externos, adheridos con resina epóxica.

### **Adhesivo para pegar pletinas**

Este aditivo estructural, es tixotrópico y consta de dos componentes libre de solventes basado en una combinación de resina epóxica y filler especial, diseñado para uso a temperaturas normales entre +8°C y +35°C.

Consta de múltiples propiedades y ventajas como: es de fácil aplicación, no requiere imprimante, posee una alta deformación a cargas permanentes y una buena adherencia a diversos materiales.

Este adhesivo preparado consta de dos resinas, las cuales para preparar se le denominan con letras, el epóxico es señalado con la letra "A" (color Blanco), mientras que el filler especial es señalado con la letra "B" (color negro). El primer

## Anexos

paso para su preparación es homogenizar los componentes separados, luego se verte completamente el contenido “B” en el componente “A”; posterior a ello se mezclan durante un mínimo de tres minutos con un taladro de baja revoluciones, para evitar la inclusión de aire y obtener una mezcla homogénea de color gris como se ilustra en la figura 2.5, además las propiedades mecánicas y físicas se describen en la tabla 2.7.

### Profundidad eje neutro c

Con el nivel de deformación y esfuerzo determinado para una profundidad del eje neutro asumida en el refuerzo FRP y el acero, se puede verificar el equilibrio de fuerzas internas utilizando la Ecuación 3.1 mencionada anteriormente.

Tabla 2.5 Propiedades mecánicas de resinas.

Módulo de Elasticidad	128.000 [kg/cm <sup>2</sup> ]
Resistencia a la Compresión	950 [kg/cm <sup>2</sup> ]
Resistencia a la Tracción	300 [kg/cm <sup>2</sup> ]
Resistencia al Corte	150 [kg/cm <sup>2</sup> ]
Adherencia en Húmedo	30 [kg/cm <sup>2</sup> ]
Densidad	1,65 kg/l + 0,1 kg/l
Cambio de Volumen	0,04%
Coefficiente de Expansión Térmica	9x10 <sup>-5</sup> por °C

fuelle: Advance Composite Fiber.

### Comparativa entre láminas de fibra de carbono y pletinas de acero.

Las láminas de fibra de carbono poseen ventajas sobre las pletinas de acero como: el peso es 5 veces menos y resisten 10 veces más tensión, posee un mejor comportamiento ante la fatiga, en la aplicación no se producen bolsas por no

## Anexos

haberse pegado, menor interferencia con el resto de los elementos de la obra tiene una mayor flexibilidad y facilidad de manejo, su adaptación a soportes es superior, facilidad de transporte, instalación sencilla y rápida.

### Formato ventas pletinas

Se presenta tradicionalmente en dos formatos, el “S512” que posee un ancho de 50 [mm] y un espesor de 1,2 [mm], y el “S812” con un ancho de 80 [mm] y un espesor igual al anterior. Para cada proyecto se puede generar un pedido especial de hasta 450 [m] continuos. En la Tabla 2.6 se muestran los formatos disponibles para uso de la empresa Sika S.A.

Tabla 2.6 Formato de pletinas comúnmente encontradas en el mercado.

Ancho [mm]	Grosor [mm]	Área [mm <sup>2</sup> ]
50	1,2	60
50	1,4	70
60	1,3	78
60	1,4	84
60	2,6	156
80	1,2	96
80	1,4	112
90	1,2	108
90	1,4	126
100	1,2	120
100	1,4	140
120	1,4	168
150	1,2	180

Fuente: Sika S.A,2015.

## Anexos

Tabla 2.8 Formato de barras comúnmente encontradas en el mercado.

Diámetro [mm]	Área [mm]	Res. Ult. Tra. [kgf/cm <sup>2</sup> ]
6,4	31,7	20680
9,5	71,3	18960
12,7	126,7	17240
15,9	197,9	16000
19,1	285	15300
20	314,2	15000
22,2	387,9	14400
25,4	506,7	13800
28,6	641,3	13000
31,8	791,7	12200

Advance Composite Fiber.

### Método estático

Cualquier estructura puede ser diseñada usando los resultados de los análisis dinámicos, contrario al caso del método estático donde solo estructuras clasificadas como regulares y de no más de 45 m de altura pueden diseñarse.

El análisis estático representa las sollicitaciones sísmicas mediante un conjunto de fuerzas horizontales que actúan en cada nivel de la estructura a diseñar, estas fuerzas se aplican en el centro de masas de cada nivel, proyectando una forma de triángulo invertido.

Las demandas a las que se somete la estructura están determinadas por una fuerza asociada a la demanda espectral correspondiente al periodo fundamental de la estructura.

De acuerdo con la normativa NCh 433 Of.96 Mod.2009, el análisis estático sólo se puede usar en el análisis sísmico de las siguientes estructuras resistentes:

Todas las estructuras de las categorías I y II, ubicadas en la zona sísmica 1 de la zonificación del territorio chileno.

## Anexos

Todas las estructuras de no más de 5 pisos y de alturas no mayores a 20m.

Las estructuras de 6 a 15 pisos cuando satisfagan las siguientes condiciones para cada dirección de análisis:

Los valores entre la altura total  $h$  del edificio, y los periodos con los modos de mayor masa traslacional equivalente en las direcciones X e Y, deben ser iguales o superiores a 40 m/s.

El sistema de fuerzas sísmicas horizontales del método estático debe ser tal que los esfuerzos de corte y momentos volcantes en cada nivel no difieran en más de 10% respecto del resultado obtenido mediante un análisis modal espectral con igual esfuerzo de corte basal.

### Corte en la base $Q_p$

El corte en la base del elemento ( $Q_p$ ) debe determinarse por una modelación del elemento en la estructura.

$$Q_0 = C \times I \times P$$

Donde:

$Q_0$ : Corte basal

C: Coeficiente sísmico.

I: Factor de importancia, coeficiente relativo al edificio, varían según la categoría de la estructura

## Anexos

P: Peso sísmico total del edificio sobre el nivel basal.

### Coefficiente sísmico

De acuerdo con el Decreto Supremo 61 dictado el año 2011, el coeficiente sísmico está dado por:

$$C = \left( \frac{2.75 * S * A_0}{g * R} \right) * (T'/T^*)^n$$

Donde:

n, T': Parámetros relativos al tipo de suelo, de acuerdo con tabla 6.3 según la clasificación de tabla 4.3 de NCh 433 Of.96 Mod.2009.

A<sub>0</sub>: Aceleración efectiva máxima, de acuerdo con tablas 6.2 y 4.1 de NCh 433 Of.96 Mod.2009.

R: Factor de reducción de respuesta de acuerdo con el punto 5.7 de NCh 433 Of.96 Mod.2009.

T\*: Periodo del modo con mayor masa traslacional equivalente en la dirección del análisis.

El coeficiente sísmico mínimo:

$$C_{\text{mín}} = \frac{A_0 * S}{6 * g}$$

## Anexos

El coeficiente sísmico máximo es obtenido en base a la Tabla, donde a partir del factor de modificación de respuesta, el cual refleja las características de absorción y disipación de energía de la estructura resistente, así como la experiencia sobre el comportamiento sísmico de los diferentes tipos de estructuraciones y materiales empleados (Punto 5.7, NCh 433 Of.96 Mod.2009). Las siguientes tablas, obtenidas de la NCh 433 Of 96 Mod. 2009 y el D.S 61 of 2011, representan a la mayoría de los parámetros utilizados en el cálculo sísmico:

Tabla: Coeficiente sísmico NCH433

R	C <sub>máx</sub>
2	$0.90 \cdot S \cdot A_o / g$
3	$0.60 \cdot S \cdot A_o / g$
4	$0.55 \cdot S \cdot A_o / g$
5.5	$0.40 \cdot S \cdot A_o / g$
6	$0.35 \cdot S \cdot A_o / g$
7	$0.35 \cdot S \cdot A_o / g$

Fuente: Tabla 6.4 NCh 433 Of.96 Mod.2009

Tabla : “Factores R y Ro NCH433”

Sistema estructural	Material de estructura	R	Ro
	Acero estructural	7	11
	Hormigón armado		
Muros y sistemas arriostrados	Hormigón armado y albañilería confinada	7	11
	Muros que toman el 50% del corte por piso	6	9
	Muros que no toman el 50% del corte por piso	4	4

Fuente: Tabla 5.1 NCh 433 (1996mod2009)

El factor de importancia (I) es un valor que depende de la categoría del edificio, específicamente del uso.

## Anexos

Tabla : “Factor de importancia NCH433”

Categoría de edificio	Importancia I
I	1,2
II	1,2
III	1
IV	0,6

Fuente: Tabla 4.3 NCh 433 (1996mod2009)

### Aceleración efectiva $\alpha_0$

El factor  $\alpha_A$  se encuentra tabulado en la norma y depende directamente la zona sísmica y el tipo de suelo.

Tabla : Valor de Aceleración efectiva  $\alpha_0$

Zona sísmica	$\alpha_A$ (cm/s <sup>2</sup> )
1	0,20 * g
2	0,30 * g
3	0,40 * g

Fuente: Tabla 6.2 NCh 433 Of.96 Mod.2009

### Fuerzas sísmicas

Para estructuras de no más de 5 pisos, las fuerzas sísmicas horizontales se pueden calcular por la siguiente expresión:

## Anexos

$$F_K = \frac{A_k * P_k}{\sum Z_k^N A_j * P_j} * Q_0$$

Con:

$$A_K = \sqrt{1 - \frac{Z_k - 1}{H}} - \sqrt{1 - \frac{Z_k}{H}}$$

Donde:

$F_K$  : Fuerzas sísmicas por piso.

$A_K$ : Factor de ponderación para el peso asociado al nivel

$H$  : Altura total del edificio sobre el nivel basal.

$P_k$  : Peso asociado al nivel k.

$Z_k$  : Altura del nivel k, sobre el nivel basal.

$Q_0$  : Esfuerzo de corte basal.

La carga sísmica es un concepto utilizado en dinámica estructural que define las acciones que provoca un sismo sobre las estructuras de edificios y que deben ser soportadas por la misma.

Para el caso de estudio, el peso sísmico se obtiene considerando un 25% de las sobrecargas (de piso y techo) más el peso propio y carga muerta de la estructura,

## Anexos

esto es:

$$P_{\text{sismico}} = PP + DL + 0.25 * LL + 0.25 * LR$$

### Los límites de esfuerzos de corte basal son:

En la norma NCh433.Of96 mod. 2009 el corte basal se encuentra definido como la respuesta de una estructura en su nivel basal ante la acción de cargas dinámicas o sismos.

Para estos valores dicha norma establece limitantes las que dicen que si el esfuerzo de corte basal en la dirección de la acción sísmica es inferior al mínimo, se deben multiplicar los desplazamientos y rotaciones de los diafragmas horizontales por un factor amplificador tal que el corte basal alcance el valor mínimo, de lo contrario, si el esfuerzo de corte basal supera el máximo establecido por norma, éste deberá ser multiplicado por un factor reductor tal que alcance al máximo permitido, pero sin reducir los desplazamientos y rotaciones de los diafragmas horizontales por piso.

### Procedimiento para Modelar en Etabs

El proceso se resume en los siguientes pasos:

- Definir un sistema de unidades consistente y grilla.
- Definir propiedades de
- Las vigas y columnas de hormigón armado se realizaron mediante secciones de elementos *frames*.
- Las losas de hormigón armado se modelaron por medio de elementos *Shell thin* al ser delgada.
- Los apoyos se definieron como empotrados.

## Anexos

- En cada modelo a las losas se les asignaron diafragmas rígidos.
- Las fuerzas sísmicas se aplicaron en el centro de masa de cada piso.
- Se asignaron las solicitaciones de demanda a cada nivel.
- Se definió la masa sísmica de la estructura como el peso propio y cargas muertas y un 25% de sobrecargas.
- Se obtuvieron los periodos fundamentales.
- Se definieron los patrones de carga estáticos.
- Se definió una cantidad de modos de vibración exigidas por la norma sísmica.
- Por último, la obtención de tablas resúmenes de los resultados.

En zonas sísmicas como nuestro país, el corte y momento flector debidos a sismos usualmente es el que controla el diseño con relación a las solicitaciones axiales puras en elementos verticales y cargas gravitacionales en vigas.

El confinamiento del hormigón aumenta su resistencia y ductilidad. Por lo tanto, aumenta la capacidad de un muro o columna para resistir ciclos repetidos de carga más allá del límite elástico y retarda el fallo en el elemento debido a la pérdida de la capacidad de flexión.

El desprendimiento del recubrimiento, el pandeo del refuerzo longitudinal y la formación de rótulas plásticas en las regiones donde termina el refuerzo longitudinal también puede prevenirse mediante la colocación del reforzamiento requerido según el diseño.

Ya que se trata de una simultaneidad de momentos flectores y de compresión axial, los principios de refuerzos de muros y columnas se basan en el incremento de las propiedades a carga axial de los elementos con hormigón confinado y las mejoras en la capacidad a flexión logradas mediante la envoltura con tejidos de fibras de carbono. Se recomienda que en el caso de refuerzo a flexo-compresión en elementos verticales, se coloque pletinas de fibra de carbono en el sentido

## Anexos

longitudinal para que trabajen a flexión y sobre éstas se envuelva a toda la sección con tejidos FRP para darle confinamiento.

### Determinación del diagrama de interacción para la columna sin refuerzo CFRP.

Para el cálculo del diagrama Pu-Mu se deben calcular tres puntos del diagrama A, B y C mediante ecuaciones que se describen a continuación considerando:

$$\Psi=1; f_{cc}=f_c; E_2=0 \text{ y } \varepsilon_{ccu}=\varepsilon_{cu}=0,003$$

Punto A:

$$\begin{aligned}\phi P_n(A) &= \phi * 0,8 [ 0,85 * f_{cc} (A_g - A_{st}) + f_y * A_{st} ] \\ \phi M_n(A) &= 0\end{aligned}$$

Punto B y C:

$$\begin{aligned}\phi P_n(B,C) &= \phi \{ A(Y_t)^3 + B(Y_t)^2 + C(Y_t) + D + \sum A_{si} f_{si} \} \\ \phi M_n(B,C) &= \phi \{ E(Y_t)^4 + F(Y_t)^3 + G(Y_t)^2 + H(Y_t) + I + \sum A_{si} f_{si} d_i \}\end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned}A &= \frac{-b (E_c - E_2)^2}{12 f_c} \left( \frac{\varepsilon_{ccu}}{c} \right)^2 \\ B &= \frac{b (E_c - E_2)}{2} \frac{\varepsilon_{ccu}}{c} \\ C &= -b f_c \\ D &= b * c * f_c + \frac{b * c * E_2}{2} \varepsilon_{ccu}\end{aligned}$$

## Anexos

$$E = \frac{-b (E_c - E_2)^2}{16 f_c} \left(\frac{\varepsilon_{ccu}}{c}\right)^2$$

$$F = b \left(c - \frac{h}{2}\right) \frac{(E_c - E_2)^2}{12 f_c} \left(\frac{\varepsilon_{ccu}}{c}\right)^2 + \frac{b (E_c - E_2)}{2} \frac{\varepsilon_{ccu}}{c}$$

$$G = -\left[\frac{b}{2} f_c + b \left(c - \frac{h}{2}\right) \frac{(E_c - E_2)}{2} \frac{\varepsilon_{ccu}}{c}\right]$$

$$H = b f_c \left(c - \frac{h}{2}\right)$$

$$I = \frac{b c^2}{2} f_c - b c f_c \left(c - \frac{h}{2}\right) + \frac{b c^2 E_2}{2} \varepsilon_{ccu} - \frac{b c E_2}{2} \left(c - \frac{h}{2}\right) \varepsilon_{ccu}$$

$$c = \begin{cases} d & \text{Para punto B del diagrama} \\ d \frac{\varepsilon_{ccu}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{ccu}} & \text{Para punto C del diagrama} \end{cases}$$

$$Y_t = c \frac{\varepsilon'_t}{\varepsilon_{ccu}}$$

### Determinación del diagrama de interacción para la columna con refuerzo CFRP.

Punto A: Determinación de la máxima resistencia requerida a la compresión  $f'_{cc}$  del hormigón confinado con CFRP.

- Determinación de la máxima presión de confinamiento  $f_l$  debido al encamisado con CFRP.

Punto B: Se determina con una distribución de la tensión correspondiente a una tensión igual a cero en la capa de refuerzo de acero longitudinal más cercana a la cara a la tracción, y una tensión de compresión  $\varepsilon_{ccu}$  en la cara de compresión.

Punto C: Se determina con una distribución de la deformación correspondiente a

## Anexos

la falla balanceada, con una tensión máxima de compresión en el hormigón y una deformación por tensión correspondiente a la fluencia  $\varepsilon_{sy}$  en el refuerzo de acero longitudinal más próximo a la fibra extrema en tracción.

## Anexos